Rilievo

Esistono due tipi fondamentali di rilievo: il rilievo planimetrico, e il rilievo altimetrico; rispettivamente determinare le relazioni di posizione dei punti della superficie terrestre proiettati sulla superficie matematica (ellissoide), e determinare le quote dei punti della terra, perpendicolarmente sulla superficie matematica. Questi due tipi di rilievo implicano differenti modalita` di calcolo e procedure.

Rilievo planimetrico

I vari rilievi possono essere eseguiti facendo uso delle superfici matematiche ad hoc in relazione al raggio della zona da rilevare. Sappiamo che per una zona di 15 Km di raggio, la superficie di riferimento puo` essere fornita dal "piano topografico", ovvero dal piano tangente; se invece abbiamo a che fare con una zona di 100 Km di raggio, l'ipotesi piana non e` piu` accettabile e quindi dobbiamo fare riferimento alla "sfera locale", cioe` quella sfera che ha come raggio di curvatura il raggio medio calcolato sull'ellissoide, nel punto baricentrico della zona da rilevare, il cui valore si calcola, come e` noto, dalla: $R = \sqrt{\rho N}$.

Infine, per rilievi di maggiore estensione, la superficie di riferimento e` evidentemente l'ellissoide internazionale.

Come si esegue il rilievo planimetrico:

1. si stabilisce con la massima precisione possibile la posizione relativa di un numero abbastanza limitato di punti (visto che misure accuratissime sono molto costose e richiedono personale molto esperto ed abile); questi sono quei punti detti del "I ordine";
2. su questi punti del I ordine, assunti come punti di appoggio (qui appunto la necessità di una precisione molto accurata per questa classe di punti), si determinano, unendoli tra loro, dei triangoli; nei punti baricentrici di tali triangoli si dispongono degli altri punti, determinati con una precisione minore (non c'e` bisogno di determinare tutti i punti con precisione estrema, in quanto andando avanti nell'infittire i punti, si riesce a controllare gli errori commessi e a compensarli man mano che si procede); questa ultima classe di punti e` classificata come punti del II ordine;
3. successivamente ci si appoggia a questi punti, unendoli tra loro si tracciano altri triangoli, e nei baricentri si dispongono altri punti e cosi` via fino ad arrivare ad una densita` di punti sufficiente perche` ci si possa appoggiare direttamente ad essi per effettuare finalmente il rilievo di dettaglio.

Generalmente quasi tutti i rilievi hanno come fine ultimo la redazione di una carta: la precisione dei punti di dettaglio del rilievo deve essere sempre proporzionata alla scala della carta; la precisione con cui devono essere determinati i punti di dettaglio dipende dalla scala della carta che si deve costruire: infatti la minima distanza apprezzabile sulla carta si aggira intorno ai 2/10 di mm; se consideriamo quindi una carta in scala 1:25000 essi corrispondono a 5 m, mentre nella carta 1:2000 essi corrispondono a 40 cm. Se dunque lo scopo del rilievo e` quello di costruire una carta in scala 1:25000 ci si deve preoccupare di ottenere i punti di dettaglio con una precisione non inferiore ai 5 m: se si volesse una precisione maggiore si sprecherebbero solo tempo e soldi, in quanto una tale precisione non sarebbe "avvertita" sulla carta. Questo significa che tutti i particolari che hanno dimensioni inferiori ai 5 m dovranno essere rappresentati in forma simbolica sulla carta stessa. Quindi la precisione ultima dei punti di dettaglio e` fissata dalla scala della carta da redigere e condiziona la precisione e il numero di punti di appoggio attraverso i quali si deve passare per arrivare al rilievo di dettaglio.

Il procedimento corretto quindi e` quello di stabilire con la massima precisione una prima serie di punti, la quale serve per determinare, appoggiandosi ad essi, la posizione di un'altra serie di punti con precisione un po' inferiore, e cosi` via fino ad arrivare ai punti di dettaglio.

Procedimenti per determinare i punti del I ordine

Un primo procedimento e` detto **triangolazione**: con questo metodo si determina la posizione relativa di un certo numero di punti (che costituiscono i nodi di una rete a maglie triangolari) una volta che sia nota la lunghezza di almeno un lato della rete e avendo effettuato la misura di un numero sufficiente di angoli della rete stessa.

Si ricorre allo schema della triangolazione perche` con esso si riesce ad evitare il piu` possibile la misura di distanze mentre si sviluppano al massimo le misure angolari; queste ultime, infatti, richiedono un impiego di lavoro molto minore che non le misure di distanza.

Attualmente il discorso va modificato radicalmente, essendo diventati di uso comune gli apparati elettronici per la misura delle distanze, che permettono misure notevolmente rapide e precise, anche a grandi distanze; in relazione a quanto detto, la **trilaterazione** (essenzialmente sfrutta le misure di distanze) puo` quindi vantaggiosamente sostituire la triangolazione. Meglio ancora sono le **reti miste** in cui si misurano sia angoli che distanze.

Prendiamo ora in considerazione la triangolazione, e rifacciamoci allo schema adottato dall' I.G.M. Tale ente ha stabilito una rete di triangoli di 4 ordini successivi: quelli del primo ordine hanno vertici posti ad una distanza media di 50\60 Km l'uno dall'altro. Tale misura risulta da un compromesso fra l'opportunita` di stabilire il minor numero possibile di tali punti e le esigenze di collimazione. Naturalmente esistono lati piu` corti e piu` lunghi in dipendenza delle caratteristiche morfologiche del terreno: piu` lunghi ad esempio alcuni lati di collegamento fra penisola e isole, piu` corti in generale quelli posti in zone di alta montagna.

Infittendo sempre piu` i punti (arrivando a punti del IV ordine), l'I.G.M. ha avuto a disposizione un numero di vertici con una densita` tale per cui le distanze reciproche fra vertici e vertici di qualsiasi ordine sono circa dell'ordine dei 5 Km. Tale densita` e` sufficiente, per una scala 1:25000, per passare al rilievo in dettaglio.

Il Catasto, per fare mappe 1:2000, ha bisogno di una densita` maggiore di punti di appoggio e di una precisione maggiore di questi. Quindi il Catasto ha ignorato i vertici del IV ordine dell' I.G.M. (poco precisi per i suoi scopi): si e` appoggiato soltanto ai vertici del I,II e III ordine della triangolazione dell' I.G.M. e li ha raffittiti ulteriormente con precisione opportuna, fino ad arrivare ad una distanza media dei vertici trigonometrici di circa 2 Km. Ad essi ci si appoggia per tracciare le poligonali.

Le fasi successive di una triangolazione sono le seguenti:

1. progetto delle rete;
2. individuazione e scelta dei vertici;
3. segnalizzazione dei vertici;
4. esecuzione delle misure lineari e angolari;
5. calcolo e compensazione della rete.

Per quanto riguarda il primo punto c'e` da fare un'osservazione: abbiamo gia` detto che i lati dei triangoli del I ordine devono essere in lunghezza attorno ai 50\60 Km (salvo casi del tutto particolari, dovute alla morfologia del terreno, che impongano distanze particolari). Oltre a questo vi e` un altro criterio che nasce da considerazioni relative ella teoria degli errori nelle misure, cioe` di individuare la conformazione geometrica che, a parita` di precisione delle grandezze misurate, rende minimo l'errore sulle grandezze da determinare. Da considerazioni inerenti alla teoria sulle leggi di propagazione degli errori per funzioni non lineari - notare a questo punto che, in un triangolo, la relazione che lega la misura di un lato a quella degli altri angoli interni di detto triangolo e ai rimanenti lati, e` governata, come noto, dal teorema dei seni, il quale lega i lati e gli angoli tramite un rapporto: una relazione non lineare - risulta che l'errore (assoluto) che si commette nella misura del lato e` ovviamente proporzionale alla misura del lato stesso ed agli errori commessi nel misurare gli angoli; possiamo inoltre osservare intuitivamente che gli errori (assoluti) sugli angoli sono piu` probabili nelle misure di angoli molto piccoli; cio` si traduce nel fatto che l'errore sulla misura di un lato aumenti al diminuire dell'ampiezza degli angoli interni al triangoli: a tal proposito si puo` dimostrare che il valore dello scarto quadratico medio nella misura di un certo lato "a" del triangolo e`:

$$\sigma_a = \pm a \cdot \sigma \cdot \sqrt{cotg^2\alpha + cotg^2\gamma}$$

dove per σ intendiamo lo scarto quadratico medio delle misure dei due angoli; scarto supposto uguale, in valore, per i due angoli. Relazioni analoghe esisteranno ovviamente per i rimanenti due lati.

Osserviamo infatti, a conferma dell'intuizione, che la cotangente di un angolo aumenta (tende all'infinito) per valori molto piccoli degli angoli (angoli che tendono a zero), di conseguenza scegliere nella rete triangolazioni che implichino calcoli con angoli molto piccoli, aumenta notevolmente gli errori. Quindi se vogliamo, a parita` di condizioni e di strumenti usati, che l'influenza degli errori sul calcolo delle lunghezze dei lati, connessi con le misure angolari, sia il piu` possibile minima, dobbiamo fare si` che i triangoli non presentino degli angoli troppo piccoli.

Quindi in conclusione la conformazione dei triangoli piu` adatta a limitare gli errori e` quella del triangolo equilatero, e di questi criteri generali e` necessario tener conto nella progettazione di una rete di triangolazione.

Per quanto riguarda il secondo punto, cioe` la scelta dei vertici della rete di triangolazione, dobbiamo attenerci a criteri pratici ed operativi: i vertici devono essere reciprocamente visibili e quindi situati in punti elevati: se stiamo in zone montuose utilizzeremo punti elevati in altezza, se ci troviamo in pianura faremo riferimento ad opere gia` esistenti, come punta di un campanile, punto piu` alto di un edificio, etc.

Il terzo punto consiste nel segnalizzare i vertici scelti nella fase precedente, cioe` renderli concretamente visibili, stabili e ritrovabili in qualunque momento. I vertici non solo devono dare la possibilita` di fare stazione su di essi, ma devono anche essere visibili e collimabili da punti lontani.

Se il vertice e` costituito da un manufatto, il segnale per individuare il relativo vertice sara` costituito da un punto di simmetria appartenente al manufatto stesso. Qualora invece il vertice ricade sul terreno, e` evidente che il pilastrino che lo rappresenta non e` assolutamente collimabile da lunghe distanze e quindi occorre mettere su di esso una "mira", ovvero un segnale di forma opportuna che permetta di identificarlo anche da lontano, tramite binocoli.

A tal proposito, esistono mire fisse e mire mobili. Le mire fisse usate dall'I.G.M. sono delle aste con in sommita` dei cartelli dipinti in bianco e nero disposti a croce di S. Andrea. Dove non si puo` predisporre mire fisse, si dispongono delle mire mobili costituite da piramidi a base quadrata, verniciata in bianco e nero, che deve essere posta in opera con l'asse verticale e passante per il vertice; notare che quest'ultime mire sono piu` difficili da collimare rispetto a quelle fisse, per un motivo legato alla diversa illuminazione delle facce della piramide.

Le collimazioni alle mire diventa generalmente difficoltosa a distanze superiori ai 20\30 Km, specialmente in zone di pianura in cui l'atmosfera raramente e` tersa. In tal caso si ricorre ad altri strumenti, di due tipi, a seconda abbiano un'utilizzazione diurna o notturna.

I segnali che servono per collimazioni diurne sono i cosiddetti elioscopi, dei cannocchiali con su montate degli specchi opportunamente orientabili: si possono in tal modo indirizzare i raggi luminosi verso un altro operatore che si trova lontano sul vertice da collimare.

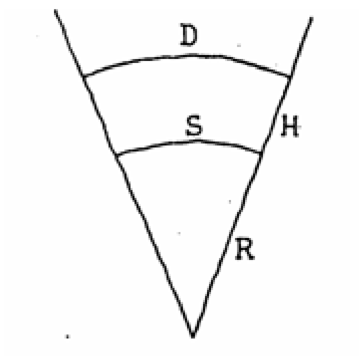
Per le operazioni notturne si usano proiettori luminosi, dotati di luce intermittente per farsi distinguere dalle altre luci nella notte.

Misura delle "basi" geodetiche

Per basi geodetiche si intendono i lati dei triangoli; per la triangolazione non sono sufficienti le sole misure angolari, ma occorre anche misurare almeno un lato della rete per poterne determinare le dimensioni. In pratica i lati misurati saranno piu` di uno, ad essi si da' il nome appunto di basi. Se si opera con metodi tradizionali non si puo` misurare direttamente un lato della triangolazione (cioe` un lato che unisce due punti della I classe), perche` esso e` troppo lungo ed inoltre perche` i vertici della triangolazione sono in genere elevati ed il terreno, in genere accidentato, non permetterebbe una misura diretta con strumentazioni non moderne.

Quindi per superare questo inconveniente, si misura direttamente una distanza sensibilmente piu` corta del lato della triangolazione. Cio` che si misura in questo modo e` detto "base misurata". Si suddivide, quindi, tale base in tanti tratti e si misurano questi (una volta in andata e una in ritorno); poi si passa alla misura totale tramite la loro somma. Da essa mediante misure angolari si passa al primo lato della triangolazione che si chiama "base calcolata". Per la misura delle basi occorre una precisione di 1mm per Km (e cioe` un errore relativo pari a $10^{-6}$) e questo perche` la propagazione dell'errore e` notevole, e con precisioni inferiori, si avrebbero risultati assolutamente inaccettabili sulla misura della base calcolata.

Notare che ogni distanza misurata sul terreno deve essere ridotta alla superficie di riferimento, ovvero al livello del mare; essendo "D" la base effettivamente misurata, "S" la misura della base ridotta, "H" la quota media a cui si trova la base misurata, "R" il raggio medio della sfera locale.



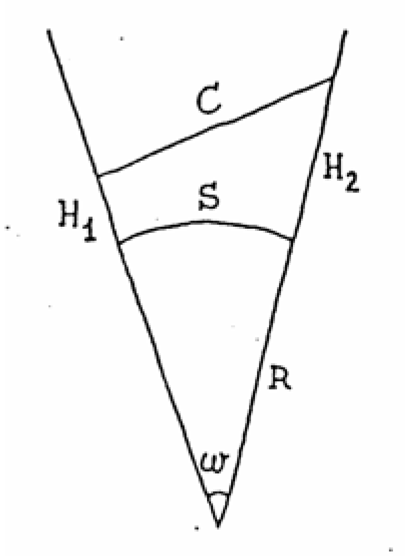
Si ottiene dunque:

$$\frac{S}{D} = \frac{R}{R+H} \quad \rightarrow \quad S = D\frac{1}{1+\frac{H}{R}} = D \cdot \left(1+\frac{H}{R}\right)^{-1} \cong D \cdot \left(1-\frac{H}{R}\right) = D - \frac{DH}{R} \,;$$

Sempre in tema di riduzione al livello del mare, e` opportuno accennare al fatto che, se la distanza sulla superficie fisica viene misurata con un apparato elettronico, cosa oggi abbastanza comune, il problema della riduzione alla superficie di riferimento va impostato diversamente, perche` in generale la distanza misurata non e` orizzontale.

Supponiamo che, con opportune correzioni che tengano conto della rifrazione, la misura fornisca il valore della lunghezza della corda "C" fra i due punti; essendo inoltre la misura esatta "S"- quella sul terreno che si vuole misurare - si puo` ricavare l'angolo ω tra le due rette perpendicolari nei due punti sulla sfera locale di raggio "R" tramite l'ausilio della formula di

Briggs, che sostanzialmente, senza entrare nel dettaglio della formula, mette in relazione l'angolo ω con le grandezze misurate sul terreno (corda "C" ;quote medie dei punti estremi della base), per cui si puo` alla fine arrivare al calcolo di: S = ωR.



Riassumendo si puo` dire che attualmente con l'aiuto di sofisticati strumenti elettronici, si e` notato che la procedura da attuare per ridurre al minimo la propagazione delle misure e` quella di misurare un certo numero di basi in zone diverse, dalle quali si ottengono altrettanti reti parziali, che si collegano fra loro. Cosi` gli errori non si propagano eccessivamente, ed inoltre si possono verificare i risultati (in quanto essi si possono ricavare partendo da basi diverse) e quindi compensare gli errori.

Concludendo possiamo dire che, con gli strumenti attualmente disponibili, e` possibile in una rete misurare sia gli angoli che le distanze. Tuttavia rimane ancora problematica, in condizioni ambientali normali, la misura delle distanze con apparati elettronici quando le distanze in gioco sono dell'ordine di 50\60 Km. Nelle triangolazioni di primo ordine non e` quindi pensabile di poter misurare tutti i lati. Altri poi non sara` possibile misurarli direttamente, per difficolta` di accesso o di stazione. Quindi in definitiva avremo delle reti miste, cioe` di triangolazione e trilaterazione, nelle quali si misureranno il maggior numero possibile di angoli e di lati. In questo modo, rispetto alla triangolazione pura, si ha un notevole irrigidimento delle reti trigonometriche e una maggiore possibilita` di controllo e compensazione degli errori.

Misure degli angoli

Esaminiamo ora i problemi relativi alla misura degli angoli in una triangolazione. Innanzitutto bisogna scegliere lo strumento, e la scelta puo` essere fatta sulla base di considerazioni in merito all'errore che si commette nella misura di un angolo.

Gli errori accidentali nella misura degli angoli orizzontali sono i seguenti:

1. errori accidentali di natura strumentale (errore di collimazione ed errore di lettura ai cerchi graduati);
2. errori accidentali di centramento (dello strumento sul punto di stazione e del segnale sul punto collimato).

L'influenza degli errori di centramento e` inversamente proporzionale alla distanza "D" di collimazione, mentre quella degli errori strumentali non dipende evidentemente dalla distanza. Per renderci conto di questo fatto supponiamo di commettere un errore accidentale di centramento di intensita` "e": possiamo immaginare un triangolo isoscele con base molto stretta, nel cui vertice opposto pensiamo fissato lo strumento di misura. Un lato e` quello della linea di collimazione (di lunghezza “D”), la base piccola rappresentata dal segmentino “e” (errore), infine l’angolo “ε” dovuto all’errore di collimazione (l’effetto e` appunto quello di aver sbagliato direzione di un angolo ε); abbiamo la relazione applicata al relativo triangolo: $tg\varepsilon = e/D$; poiche` pero` ε e` molto piccolo, possiamo ritenere valida la: $\varepsilon = e/D$; ovvero l’errore ε nella misura di un qualsiasi angolo orizzontale e` inversamente proporzionale alla distanza “D”. In poche parole, per piccole distanze e` inutile usare uno strumento con precisioni al secondo di grado sessagesimale, in quanto l’errore sarebbe superiore all’approssimazione dello strumento; viceversa per lunghe distanze conviene usare strumenti molto precisi.

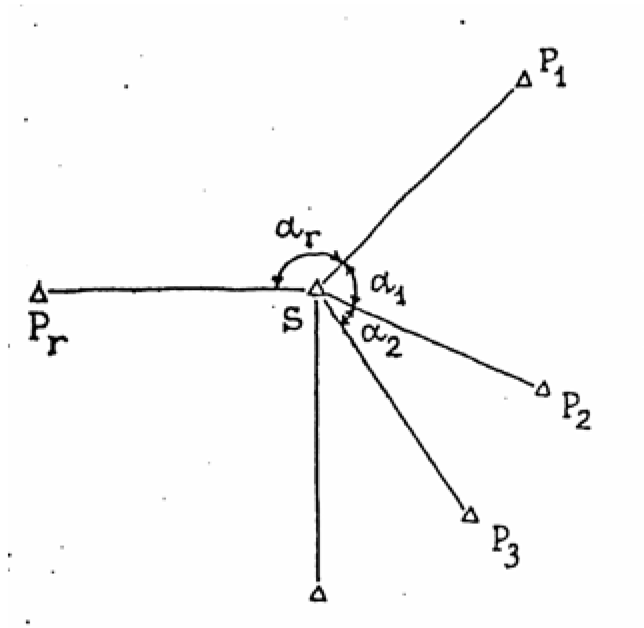
Esaminiamo altre cause, che possono indurre ad errori sistematici nella misura di un angolo e che sono di carattere ambientale. Questi errori si indicano con il nome di errore di fase e di rifrazione laterale. Consideriamo l’errore di fase.

Questo tipo di errore sostanzialmente e` da imputarsi al fatto che, durante il giorno, uno stesso oggetto (ad esempio la punta di un campanile) e` illuminato diversamente e che quindi nella misura cio` possa incidere sulla sensibilita` di “mira” dell’operatore, il quale tendera` ad allineare il centro del suo strumento sempre verso la parte piu` illuminata dell’oggetto collimato. Cio` puo` portare a dover misurare il valore dell’angolo nelle diverse ore della giornata, in modo da trovare il valore piu` probabile dell’angolo, come media di tutte le determinazioni.

Un secondo errore cui bisogna tenere conto nelle misure angolari di alta precisione e` la rifrazione laterale: la linea di mira che va dal punto A ad un punto B non coincide col segmento di retta AB, a causa della rifrazione atmosferica. La linea di collimazione attraversa strati di aria a diversa densita`, e quindi a diverso indice di rifrazione, e di conseguenza subisce una serie di rifrazioni successive. Si forma percio` una linea curva che non coincide affatto con la congiungente rettilinea dei due punti. In ogni caso la linea di mira puo` essere considerata curva ma contenuta nel piano verticale contenente i due punti da collimare; si possono avere anche linee di mira curve e non contenute in piani verticali: questo ultimo fenomeno puo` verificarsi in maniera rilevante in prossimita` di pareti montane molto ripide e fortemente insolate: si genera quindi una rifrazione laterale. Per eliminare quest’ultimo tipo di errore si dovra` cercare di eseguire le misure in condizioni di cielo coperto, in cui l’effetto di rifrazione laterale sara` certamente minore.

Metodi operativi per l’esecuzione di una stazione di triangolazione

Si immagina di essere in stazione con il teodolite (strumento che misura angoli e distanze) su un certo vertice S e di dover misurare le direzioni che vanno a tutti i vertici trigonometrici circostanti, visibili da S. Un primo metodo laborioso, ma di sicuro affidamento e` quello detto: **angoli semplici a giro d’orizzonte.**



Consistente nel collimare due punti alla volta dal vertice S; si decide in base al tipo di precisione che si vuole conseguire, quante misure di uno stesso angolo si vogliono effettuare. Inoltre c'e` bisogno di tre squadre, posizionate una sul teodolite e le altre due sulle due direzioni che individuano l'angolo da esse compreso. Si procede in questo modo:

1. collimare il punto P1, misurare la direzione angolare leggendo sul cerchio orizzontale; infine si ruota il cannocchiale di 180°, si ricollima il punto e si riesegue la misura; analogamente si fa` per il punto 2. La differenza fra le medie della lettura coniugata del punto $P_1$ e della lettura coniugata del punto $P_2$ fornisce un primo valore dell'angolo $\alpha_1$ individuato dalle due direzioni. Questo passo e` il: n = 1 (**4** misure eseguite); (quindi per ogni direzione individuata da un singolo punto, se le iterazioni sono "n", devo eseguire **2**n misure; quindi, riassumendo, per ogni coppia di direzioni individuate da due punti (cioe` per un singolo angolo fra esse compreso) devo fare, appunto, 2n + 2n = 4n operazioni di lettura. Se gli angoli utilizzati per arrivare ad un angolo giro - necessari per le misure con questo metodo - sono "r", allora le misure totali da effettuare sul teodolite sono in numero di **4rn**).

2. se si vogliono fare "n" misure dell'angolo, occorre eliminare il piu` possibile l'errore di graduazione (e` un errore dovuto a come e` stata tarata la graduazione nel teodolite, che a rigori va considerata come un errore di costruzione dello strumento, anche se piccolo), quindi per le misure conviene utilizzare tutta la zona graduata del cerchio: e` possibile che alcune zone graduate del cerchio siano infatti meno precise di altre. In questo modo, utilizzando tutta l'area a disposizione nel cerchio orizzontale, si minimizzano le zone eventualmente imperfette nella taratura;

3. quindi se si devono effettuare "n" misure bisogna, dopo ogni misura, ruotare il cerchio graduato di (180/ n)°, in modo da utilizzare tutta la zona possibile a disposizione: ovviamente sarebbe sbagliato spostare il cerchio di (360/n)° perche`, facendo le letture coniugate, si farebbe due volte la stessa lettura nella stessa posizione, il che e` ovviamente inutile; [come esempio, se n = 3, allora nelle tre misure devo ogni volta spostare il cerchio di 60°];

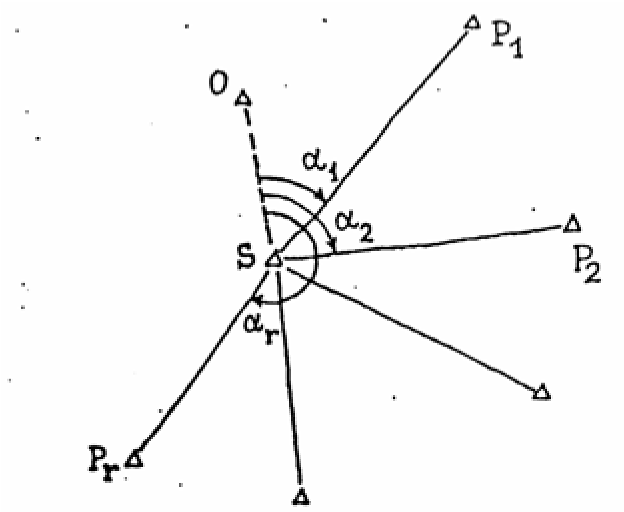
4. si esegue questa procedura per una coppia di punti alla volta, individuando cosi` "n" valori, misure dell'angolo compreso tra le direzioni da essi individuate;

5. si fanno tante misure quanto basta per interessare una somma di questi angoli (ognuno compreso tra due direzioni) che sia 360°: in questo modo si caratterizzano tutti questi angoli a non essere indipendenti tra loro, ma risultando automaticamente legati dalla condizione che la somma dei valori misurati sia uguale all'angolo giro. In questo modo c'e` la possibilita` di effettuare a

posteriori una compensazione degli angoli misurati mediante il metodo delle osservazioni condizionate.

Metodo delle direzioni isolate

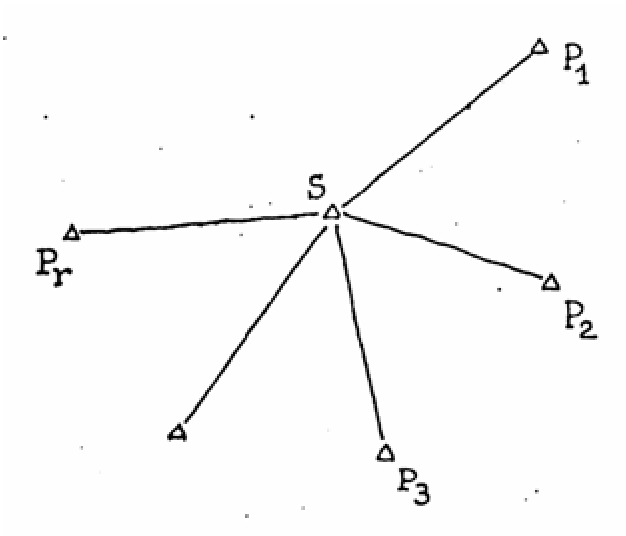
Si sceglie un punto origine che determini una direzione a cui riferire tutti gli angoli definiti dalle varie direzioni; questo punto origine e` estraneo ai vertici fra cui dobbiamo misurare gli angoli; il motivo della sua scelta dipende dal fatto che la sua posizione risulta la migliore possibile per effettuare buone collimazioni.



Lo svantaggio e` che i valori misurati degli angoli sono completamente indipendenti e dunque non risulta possibile alcuna compensazione. Quindi risulta svantaggioso dal punto di vista della precisione. La procedura e` simile alla precedente come laboriosita`: sono sempre previste delle letture coniugate, solamente che tutte le misure angolari fanno riferimento ad una particolare direzione. L'unico vantaggio e` che tale misura richiede minor personale, in quanto nel punto scelto come origine non v'e` bisogno di personale che piazzi segnali, in quanto il punto e` stato scelto in modo da essere perfettamente distinguibile (ad esempio la punta di una campanile o simili).

Metodo degli strati

Si sceglie anche qui un punto P origine appartenente ad uno dei vertici fra cui dobbiamo misurare gli angoli;



si procede in questo modo:

1. si collima il punto P e si misura l'angolo, poi si collimano successivamente tutti i punti da collimare e si eseguono di seguito le relative misure; si ruota il cannocchiale e si gira di 180 gradi e si rieffettuano le misure fino a tornare indietro al punto P di partenza: abbiamo eseguito quindi per una direzione (un punto) 2 misure - una in "andata" e una in "ritorno" -. se le direzioni sono "r", allora effettuiamo 2r misure in tutto: questa procedura comprende un singolo "strato" di misure;
2. se si desidera reiterare "n" volte, allora vuol dire che si eseguono, con le stesse modalita`, "n" strati e si ottengono cosi` alla fine "n" valori per ciascuna direzione; in totale questo metodo porta ad effettuare **(2r)n** operazioni di lettura sul teodolite.

Questo metodo e` meno preciso perche` durante ogni "strato" non si puo` intervenire per correggere l'assetto dello strumento; inoltre non vi e` possibilita` di compensazione, con l'angolo giro. Per concludere si puo` dire che i primi due metodi saranno usati per i vertici della I e II classe, mentre il metodo degli strati sara` riservato ai vertici di III e IV classe.

E` molto importante, quando ci si trova di fronte ad un problema di rilievo, ricordare che cio` che condiziona la precisione dei punti di appoggio e` la scala della carta. Tanto piu` la scala della carta che si vuol costruire e` grande, tanto maggiore deve essere la precisione dei punti di appoggio. Per piccole triangolazioni (ad esempio controllo degli spostamenti di punti particolari di una diga) e` necessario contenere gli errori derivanti da una non corretta verticalizzazione dell'asse dello strumento di misura.

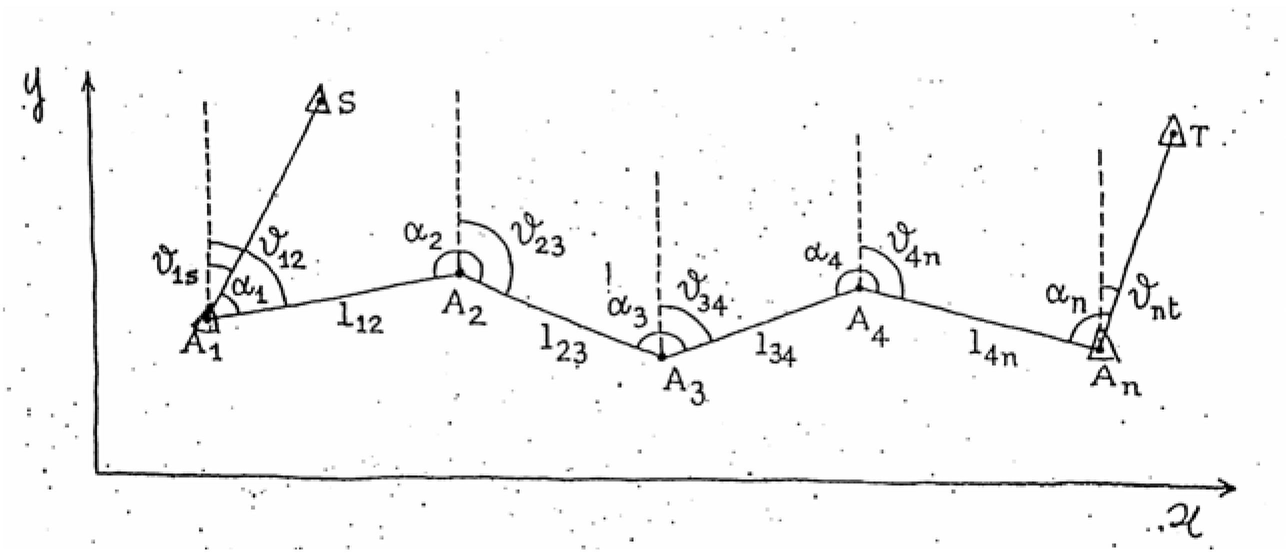
Poligonali

L'insieme dei punti di una triangolazione non e` in generale, specialmente per i rilievi di grande scala, sufficiente per appoggiare ad esso il rilievo di dettaglio, ma occorre una fase intermedia con lo scopo di infittire i punti di coordinate note a cui appoggiare il rilievo di dettaglio.

Si definiscono "poligonali" quelle spezzate i cui vertici saranno i punti che ci serviranno per il successivo rilievo di dettaglio. Tali poligonali vengono rilevate misurando le lunghezze dei lati e gli angoli che i lati formano tra loro. Possono essere di due tipi: poligonali aperte e poligonali chiuse. Quelle aperte si usano per il suddetto raffittamento dei vertici della triangolazione e quindi in generale per un rilievo da inserire in un sistema di riferimento preesistente; queste ultime devono essere appoggiate ad un certo numero di vertici di coordinate note sia per il calcolo che per il controllo e la compensazione delle misure. Le poligonali chiuse invece servono per rilievi fini a se stessi (rilievo di un fondo, di un isolato, etc.); essendo chiuse hanno in se stesse gli elementi per il controllo e la compensazione delle misure e non sono, in generale, riferite ad un rilievo preesistente.

Poligonale aperta

La poligonale aperta deve essere inquadrata in un piu` largo rilievo preesistente ed i suoi vertici devono quindi essere collegati ad un sistema di punti di coordinate note (vertici di triangolazione o punti riattaccati alla triangolazione); sistema di riferimento da considerarsi piano.



Per il calcolo della poligonale sono necessari e sufficienti due punti noti, ma in generale, per avere elementi di controllo e di compensazione delle misure, ci si collega a quattro punti di coordinate note. Si incomincia dal lato che ha per estremi i due punti di coordinate note. Si calcola tramite queste l'angolo di direzione ϑ_{1s} - gli angoli di direzione sono calcolati in senso orario rispetto alla direzione parallela all'asse y scelto -, si misura l'angolo tra questo lato e il lato che ha come estremi il punto di stazione e il punto collimato: si calcola cosi` il primo angolo di direzione $\vartheta_{12} = \vartheta_{1s} + \alpha_1$ ,che dipendera` come detto da un solo angolo misurato α_1. Si procede sugli altri lati in maniera analoga, ma subito si nota questo fatto: l'angolo di direzione del primo lato dipende da un angolo misurato (α_1), il secondo da due ($\alpha_1 + \alpha_2$), il terzo da tre e cosi` via ($\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_n$). Arrivati all'ultimo lato della poligonale, ovvero al calcolo dell'ultimo angolo, si nota che questo angolo e` calcolabile in due modi: un modo che dipende dalla misura di tutti gli angoli misurati, l'altro modo utilizza il fatto che l'ultimo lato ha gli estremi di coordinate note - ricordare che tale metodo poggia sulla conoscenza di 4 punti di coordinate note - e quindi si puo` calcolare l'angolo di direzione con le coordinate dei suoi estremi; tutto questo ha come conseguenza che tramite la misura dell'ultimo angolo in tutti e due i modo accennati, si ottengono due valori dell'angolo, la cui differenza puo` essere presa come "errore di chiusura angolare", che dipende evidentemente dagli errori commessi nelle misure degli angoli. Noto questo errore dovremo dapprima stabilire se tale errore e` accettabile , cioe` se rientra nei limiti di tolleranza, nel qual caso si potra` passare alla fase successiva della compensazione delle misure angolari e del calcolo delle coordinate, altrimenti si dovranno rifiutare le misure fatte e quindi ripeterle.

L'angolo calcolato ha l'espressione: $\vartheta_{nt} = \vartheta_{1s} + \alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_n + \pi$, quindi per la legge di propagazione pitagorica degli errori, risulta un errore:

$$\sigma_{\vartheta} = \sigma_{\alpha} \cdot \sqrt{n} \qquad \rightarrow \qquad \sigma_{\alpha} = \sigma_{\mu} \cdot \sqrt{2} \qquad \rightarrow \qquad \sigma_{\vartheta} = \sigma_{\mu} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{n}$$

dove l'errore $\sigma_{\alpha} = \sigma_{\mu} \cdot \sqrt{2}$ e` quello relativo alla lettura per ogni singolo angolo; visto che ogni angolo misurato deriva dalla differenza fra due letture al cerchio dello strumento, indichiamo con $\sigma_{\mu}$ l'errore di lettura al cerchio: che puo` quindi essere assunto pari all'approssimazione consentita dai cerchi (per esempio 30 secondi sessagesimali per un tacheometro).

Come "tolleranza angolare" si assume il doppio di tale errore (che evidentemente dipendera` dal tipo di strumento usato); questo perche` esiste la possibilita` molto piccola di superare il doppio dell'errore medio e quindi vuol dire che se lo si supera, e` molto probabile che siano stati fatti degli errori grossolani o sistematici, a cui si puo` ovviamente rimediare rifiutando le ultime misure fatte, facendone di nuove. Una volta constatato che l'errore - nelle misure, valutato come $\varepsilon = \vartheta_{nt} - \overline{\vartheta}_{nt}$, dove i due valori dello stesso angolo stanno a significare i due modi per calcolarlo; uno di essi da considerare esatto perche` ricavato dalle coordinate note di partenza dei due punti - e` minore della tolleranza angolare, possiamo passare alla "compensazione angolare" della poligonale.

Metodo degli strati

Si sceglie anche qui un punto origine opportuno, estraneo ai vertici fra cui dobbiamo misurare gli angoli; si procede in questo modo:

1. si collima un punto e si misura l'angolo; si gira di 180° il cerchio e si rieffettua la misura: abbiamo eseguito quindi per una direzione (un punto) 2 misure; se le direzioni sono "r", allora effettuiamo 2r misure: questa procedura comprende un singolo "strato" di misure;
2. se si desidera reiterare "n" volte, allora vuol dire che si eseguono, con le stesse modalita`, "n" strati e si ottengono cosi` alla fine "n" valori per ciascuna direzione; in totale questo metodo porta ad effettuare (2r)n operazioni di lettura sul teodolite.

Questo metodo e` meno preciso perche` durante ogni "strato" non si puo` intervenire per correggere l'assetto dello strumento; inoltre non vi e` possibilita` di compensazione, con l'angolo giro.

Per concludere si puo` dire che i primi due metodi saranno usati per i vertici della I e II classe, mentre il metodo degli strati sara` riservato ai vertici di III e IV classe.

E` molto importante, quando ci si trova di fronte ad un problema di rilievo, ricordare che cio` che condiziona la precisione dei punti di appoggio e` la scala della carta. Tanto piu` la scala della carta che si vuol costruire e` grande, tanto maggiore deve essere la precisione dei punti di appoggio. Per piccole triangolazioni (ad esempio controllo degli spostamenti di punti particolari di una diga) e` necessario contenere gli errori derivanti da una non corretta verticalizzazione dell'asse dello strumento di misura.

Poligonali

L'insieme dei punti della triangolazione non e` in generale, specialmente per i rilievi in grande scala, sufficiente per appoggiare ad esso il rilievo di dettaglio, ma occorre una fase intermedia con lo scopo di infittire i punti di coordinate note a cui appoggiare il rilievo di dettaglio.

Si definiscono "poligonali" quelle spezzate i cui vertici saranno i punti che ci serviranno per il successivo rilievo di dettaglio. Tali poligonali vengono rilevate misurando le lunghezze dei lati e gli angoli che i lati formano tra loro. Possono essere di due tipi: poligonali aperte e poligonali chiuse. Quelle aperte si usano per il suddetto raffittamento dei vertici della triangolazione e quindi in generale per un rilievo da inserire in un sistema di riferimento preesistente; queste ultime devono essere appoggiate ad un certo numero di vertici di coordinate note sia per il calcolo che per il controllo e la compensazione delle misure. Le poligonali chiuse invece servono per rilievi fini a se stessi (rilievo di un fondo, di un isolato, etc.); essendo chiuse hanno in se stesse gli elementi per il controllo e la compensazione delle misure e non sono, in generale, riferite ad un rilievo preesistente.

Poligonale aperta

La poligonale deve essere inquadrata in un piu` largo rilievo preesistente ed i suoi vertici devono quindi essere collegati a un sistema di punti di coordinate note (vertici di triangolazione o punti riattaccati alla triangolazione), sistema di riferimento da considerarsi piano. Per il calcolo della poligonale sono necessari e sufficienti due punti noti, ma in generale, per avere elementi di controllo e di compensazione delle misure, ci si collega a quattro punti di coordinate note. Si incomincia dal lato che ha per estremi i due punti di coordinate note, si misura l'angolo tra questo lato e il lato che ha come estremi il punto di stazione e il punto collimato: si calcola cosi` il primo angolo di direzione che dipendera` come detto da un solo angolo misurato. Si procede sugli altri lati in maniera analoga, ma subito si nota questo fatto: l'angolo di direzione del primo lato dipende da un angolo misurato, il secondo da due, il terzo da tre, e cosi` via. Arrivati all'ultimo lato della poligonale, ovvero al calcolo dell'ultimo angolo, si nota che questo angolo e` calcolabile in due modi: un modo che dipende dalla misura di tutti gli angoli misurati, l'altro modo utilizza il fatto che l'ultimo lato ha gli estremi di coordinate note, e quindi si puo` calcolare l'angolo di direzione con le coordinate dei suoi estremi; tutto questo ha come conseguenza che tramite la misura dell'ultimo angolo in tutti e due i modi accennati, si hanno due valori dell'angolo, la cui differenza puo` essere presa come "errore di chiusura angolare", che dipende evidentemente dagli errori commessi nelle misure degli angoli. Noto questo errore dovremo dapprima stabilire se tale errore e` accettabile, cioe` se rientra nei limiti di tolleranza, nel qual caso si potra` passare alla fase successiva della compensazione delle misure angolari e del calcolo delle coordinate, altrimenti si dovranno rifiutare le misure fatte e ripeterle.

L'angolo calcolato ha espressione: ‼ INCORPORA Equation.2 ¶⊥ , quindi per la legge di propagazione pitagorica degli errori, risulta un errore:

‼ INCORPORA Equation.2 ¶⊥

dove l'errore ‼ INCORPORA Equation.2 ¶⊥ e` quello relativo alla lettura per ogni singolo angolo; visto che ogni angolo misurato deriva dalla differenza fra due letture al cerchio dello strumento, indichiamo con ‼ INCORPORA Equation.2 ¶⊥ l'errore di lettura al cerchio: che puo` quindi essere assunto pari all'approssimazione consentita dai cerchi (per esempio 30 secondi sessagesimali per un tacheometro).

Come "tolleranza angolare" si assume il doppio di tale errore (che evidentemente dipendera` dal tipo di strumento usato); questo perche` esiste una probabilita` molto piccola di superare il doppio dell'errore medio e quindi vuol dire che se lo si supera, e` molto probabile che siano stati fatti degli errori grossolani o sistematici, a cui si puo` ovviamente rimediare rifiutando le ultime misure fatte, facendone di nuove. Una volta constatato che l'errore (nelle misure, valutato come ‼ INCORPORA Equation.2 ¶⊥ , dove i due valori dello stesso angolo stanno a significare i due modi per calcolarlo; uno di essi da considerare esatto perche` ricavato dalle coordinate note di partenza di due punti) e` minore della tolleranza angolare possiamo passare alla "compensazione angolare" della poligonalSi puo` procedere in questo modo:

1. si possono compensare gli angoli α, e cioe` distribuire l'errore ε in parti uguali ε/n sugli angoli misurati α (essendo ε imputabile in ugual misura a tutti gli α) e poi ricalcolare tutti i θ;
2. oppure piu` semplicemente (se si ricorda che il primo $\theta$ dipende da un solo $\alpha$, il secondo $\theta$ da due angoli $\alpha$, e cosi` via) compensare direttamente tutti i θ: si correggera` il primo $\theta$ con $\varepsilon/n$, il secondo $\theta$ con $2(\varepsilon/n)$, il terzo con $3(\varepsilon/n)$, e cosi` via, fino ad arrivare all'ultimo, corretto con ε.

Compensati cosi` gli angoli, si passa al calcolo delle coordinate dei vertici:

$$\begin{cases} y_2 = y_1 + l_{12} \cdot \cos\vartheta_{12} \\ x_2 = x_1 + l_{12} \cdot sen\,\vartheta_{12} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_3 = y_2 + l_{23} \cdot \cos\vartheta_{23} = y_1 + l_{12} \cdot \cos\vartheta_{12} + l_{23} \cdot \cos\vartheta_{23} \\ x_3 = x_2 + l_{23} \cdot sen\,\vartheta_{23} = x_1 + l_{12} \cdot sen\,\vartheta_{12} + l_{23} \cdot sen\,\vartheta_{23} \end{cases}$$

......

Possiamo cosi` calcolare anche le coordinate dell'ultimo vertice $A_n$ : dette $\overline{x}_n;\overline{y}_n$ le coordinate cosi` calcolate, e x_n ;y_n quelle note, da considerarsi prive di errore, vi sara` certamente una differenza fra le coordinate a causa degli errori nelle misure; si trovera` cioe`:

$$\Delta x = x_n - \overline{x}_n$$
$$\Delta y = y_n - \overline{y}_n$$

inoltre la quantita` $\Delta = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$ prende il nome di "errore di chiusura lineare"; anche qui, come per gli angoli, occorre verificare se tale errore e` accettabile, cioe` stabilire una tolleranza. Esiste a tal proposito una formula empirica i cui coefficienti sono ricavati su base statistica:

$$t_\Delta = a\sqrt{L} + bL + c\sqrt{n}$$

il primo termine tiene conto degli errori accidentali nella misura delle distanze, il secondo di quelli sistematici e il terzo degli errori accidentali nelle misure angolari; nella formula "L" e` la lunghezza totale della poligonale ed "n" il numero di vertici della poligonale (e quindi degli angoli misurati). Se le misure sono accettabili, cioe` se $\Delta \le t_\Delta$, si puo` passare alla "compensazione lineare della poligonale". Per questo scopo si adotta un metodo empirico, che sostanzialmente, utilizzando l'errore di chiusura lineare, permette di ricavare dei termini correttivi da apportare alle coordinate parziali : $(x_i - x_{i-1})$ e $(y_i - y_{i-1})$.

Avremo quindi:

$$\begin{cases} y_i - y_{i-1} = l_{i-1,i} \cdot \cos\vartheta_{i-1,i} \\ x_i - x_{i-1} = l_{i-1,i} \cdot sen\,\vartheta_{i-1,i} \end{cases}$$

quindi indicando con "L" la lunghezza totale della poligonale, le correzioni da apportare alle coordinate parziali saranno in modo da ripartire equamente gli errori Δx e Δy su ogni misura, dando maggior peso - vedi formula empirica, primi due termini - alle distanze piu` lunghe:

$$\Delta(y_i - y_{i-1}) = \frac{l_{i-1,i}}{L} \cdot \Delta y$$
$$\Delta(x_i - x_{i-1}) = \frac{l_{i-1,i}}{L} \cdot \Delta x \qquad [I]$$

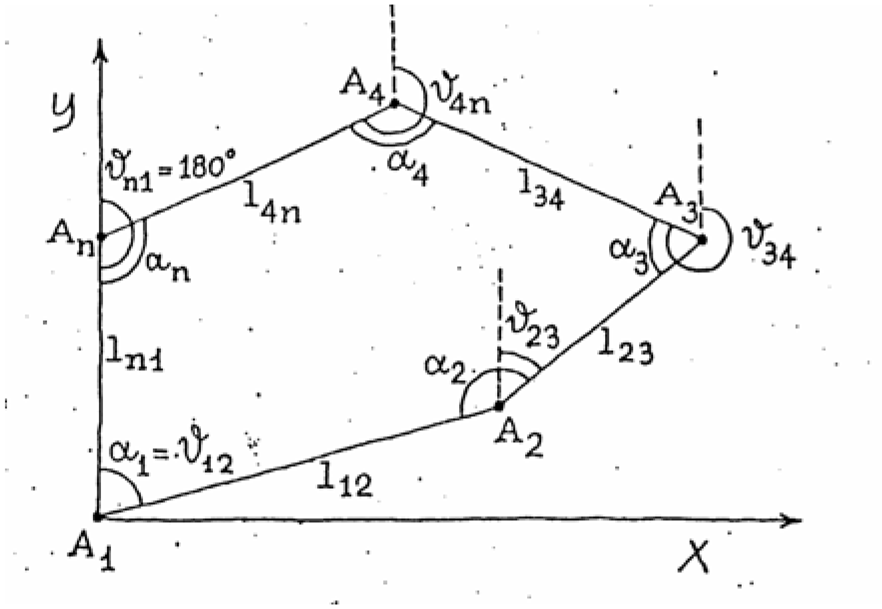
Dunque una volta noti Δx e Δy possiamo "aggiustare" una dietro l'altra le coppie di coordinate di ogni punto della poligonale, partendo da uno dei due punti estremi noti della poligonale e correggendo le coordinate del punto estremo del segmento che esce dal punto di coordinate note, e cosi` via, avendo ogni volta un lato della poligonale con un punto estremo di coordinate note o corrette, e il rimanente da correggere tramite le [I].

Poligonale chiusa

Le poligonali chiuse non hanno niente di diverso da quelle aperte, se non il fatto che sono autocompensabili, cioe` non presuppongono la conoscenza di nessun vertice trigonometrico noto. Si usano quando il rilievo e` fine a se stesso, non deve cioe` essere inserito in un rilievo preesistente. Si puo` quindi assumere un sistema di riferimento arbitrario: in genere si fa un orientamento sull'ultimo lato, cioe` si sceglie come asse delle Y la direzione dell'ultimo lato della poligonale (punti: A_1;A_n).

La prima compensazione sara` quella angolare, cioe` la somma degli α dovra` essere uguale a

$\pi(n-2)$; dove "n" e` il numero di lati della poligonale: in un poligono di "n" lati la somma dei suoi angoli interni e` $\pi(n-2)$.



Ovviamente a causa degli errori di misura vi sara` una certa discordanza fra il valore teorico e quello misurato: questa differenza $\varepsilon$ dovra` rientrare nei limiti di tolleranza gia` fissati per la poligonale aperta. Per la compensazione si potranno correggere direttamente gli angoli misurati $\alpha$, ad ognuno dei quali sara` da apportare una correzione pari a ε/n.

Una volta compensati gli angoli si passa a calcolare i θ (partiamo dal secondo lato della poligonale: A_1A_2); il primo θ coincide ovviamente con il primo α, per il fatto che abbiamo disposto il primo lato della poligonale coincidente in direzione con l'asse delle ordinate:

$$\vartheta_{12} \equiv \alpha_1$$

Per gli altri θ si procede come per la poligonale aperta; per esempio:

$$\vartheta_{23} = \vartheta_{12} + \alpha_2 - \pi = \alpha_1 + \alpha_2 - \pi$$
$$\vartheta_{34} = \vartheta_{23} + \alpha_3 - \pi = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$$
$$\dots\dots\dots$$

L'ultimo angolo di direzione θ_{n1} dovra` risultare uguale a $\pi$, per come e` stato posizionato l'ultimo lato della poligonale. Calcolati i θ si calcolano le coordinate dei vertici con le solite formule; tenendo ora presente che, per il sistema di riferimento assunto, risulta (punto A_1 coincidente col sistema di riferimento x,y):

$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ y_1 = 0 \end{cases}$$

si otterra` per i vari vertici:

$$\begin{cases} y_2 = l_{12} \cdot \cos\vartheta_{12} \\ x_2 = l_{12} \cdot \operatorname{sen}\vartheta_{12} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_3 = y_2 + l_{23} \cdot \cos\vartheta_{23} = l_{12} \cdot \cos\vartheta_{12} + l_{23} \cdot \cos\vartheta_{23} \\ x_3 = x_2 + l_{23} \cdot \operatorname{sen}\vartheta_{23} = l_{12} \cdot \operatorname{sen}\vartheta_{12} + l_{23} \cdot \operatorname{sen}\vartheta_{23} \end{cases}$$

………

Chiudendo il giro, arriviamo a calcolare le coordinate del punto A_1 (che si trova nell'origine del sistema di riferimento) che, a causa degli errori di misura, non risulteranno uguali a zero, come dovrebbe essere, ma a certe quantità Δx e Δy diverse da zero. L'errore di chiusura lineare sara`:

$$\Delta = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$

e dovra` essere inferiore ai limiti di tolleranza gia` fissati per la poligonale aperta: $\Delta \leq t_\Delta$. Anche la compensazione si esegue con il metodo empirico gia` visto per la poligonale aperta.

Considerazioni sulla precisione conseguibile

nelle coordinate dei vertici

Le espressioni delle coordinate del primo vertice incognito A_2 in una poligonale aperta:

$$\begin{cases} Y_2 = Y_1 + l_{12} \cdot \cos\vartheta_{12} = Y_1 + l_{12} \cdot \cos(\vartheta_{1s} + \alpha_1) \\ X_2 = X_1 + l_{12} \cdot \operatorname{sen}\vartheta_{12} = Y_1 + l_{12} \cdot \operatorname{sen}(\vartheta_{1s} + \alpha_1) \end{cases};$$

Le coordinate misurate del punto A_2 sono: $(X_2;Y_2)$; mentre le coordinate esatte sono: $(\overline{X}_2;\overline{Y}_2)$; per cui la funzione "errore di posizione" del punto A_2 puo` essere stimata con la forma lineare: $\varepsilon = \varepsilon(X_2;Y_2) = (\overline{X}_2 - X_2) + (\overline{Y}_2 - Y_2) = -X_2 - Y_2 + (\overline{X}_2 + \overline{Y}_2)$; trascurando la covarianza, ovvero ritenendo le due variabili aleatorie X_2 e Y_2 indipendenti tra loro nella propagazione degli errori (variabili scorrelate), si ha che l'errore di posizione del vertice e` un numero aleatorio di media nulla e di varianza $\sigma_\varepsilon^2$; quest'ultima da` lo scarto quadratico medio (ovvero l'errore tra le coordinate esatte e quelle ricavate dai calcoli e le misurazioni del punto A_2): $\sigma_\varepsilon = \pm\sqrt{\sigma^2{}_{x2} + \sigma^2{}_{y2}}$; infatti essendo la funzione "errore di posizione" del vertice A_2 data da:

$$\varepsilon = \varepsilon(X_2;Y_2) = aX_2 + bY_2 + c$$

si ha che l'errore commesso nell'individuare le coordinate del vertice e` in generale dato dall'espressione:

$$\sigma_\varepsilon^2 = a^2\sigma^2{}_{x2} + b^2\sigma^2{}_{y2} + 2ab \cdot \sigma_{x2,y2} \approx a^2\sigma^2{}_{x2} + b^2\sigma^2{}_{y2};$$

(l'ultimo passaggio presuppone il trascurare la covarianza).

Nel caso in questione risulta, per la "funzione dell'errore" di posizione del punto:

a= -1 , b= -1.

Per il calcolo di $\sigma^2{}_{x2}$ e di $\sigma^2{}_{y2}$ si dovranno considerare prive di errore le grandezze X_1,Y_1 e θ_{1s}, in quanto valori noti, mentre α_1 e l_{12} sono grandezze misurate e quindi affette da errori, che indichiamo rispettivamente con σ_α e σ_l.

Applicando la legge di propagazione degli errori accidentali si ottiene:

$$\begin{cases} \sigma^2{}_{y2} = \cos^2(\vartheta_{1s} + \alpha_1) \cdot \sigma^2{}_l + l^2{}_{12} \cdot \operatorname{sen}^2(\vartheta_{1s} + \alpha_1) \cdot \sigma^2{}_\alpha \\ \sigma^2{}_{x2} = \operatorname{sen}^2(\vartheta_{1s} + \alpha_1) \cdot \sigma^2{}_l + l^2{}_{12} \cdot \cos^2(\vartheta_{1s} + \alpha_1) \cdot \sigma^2{}_\alpha \end{cases};$$

in quanto le espressioni di X_2 e di Y_2 in funzione dei parametri misurati "l_{12}" e "α_1" sono delle funzioni non lineari, per cui l'espressione dell'errore sulla funzione X_i, e` in generale:

$$\sigma^2_{Xi} = \left(\frac{\partial X_i}{\partial l_{12}}\right)^2 \cdot \sigma^2_l + 2 \cdot \left(\frac{\partial X_i}{\partial l_{12}}\right)\left(\frac{\partial X_i}{\partial \alpha_1}\right) + \left(\frac{\partial X_i}{\partial \alpha_1}\right)^2 \cdot \sigma^2_{\alpha 1} \approx \left(\frac{\partial X_i}{\partial l_{12}}\right)^2 \cdot \sigma^2_l + \left(\frac{\partial X_i}{\partial \alpha_1}\right)^2 \cdot \sigma^2_{\alpha 1} \quad ;$$

(l'ultimo passaggio vale se le due variabili aleatorie della funzione sono tra loro scorrelate).

In maniera analoga possiamo ricavare l'espressione dell'errore di posizione dei vertici successivi, che naturalmente risultera` via via sempre maggiore, perche` interviene un numero sempre piu` elevato di elementi misurati: se l'errore di posizione del primo vertice, male che vada e` di circa 20 cm, quello dei vertici successivi sara` certamente maggiore.

Errori di questo genere non sono ammissibili per una carta in scala 1:1000, e nemmeno per una carta in scala 1:2000, in cui l'errore di posizione dei punti di dettaglio non deve superare i 40 cm: se facciamo infatti errori di questo ordine di grandezza sui vertici della poligonale, a cui si appoggia il successivo rilievo di dettaglio, ben difficilmente i punti di quest'ultimo potranno avere errori di posizione contenuti nel limite suddetto.