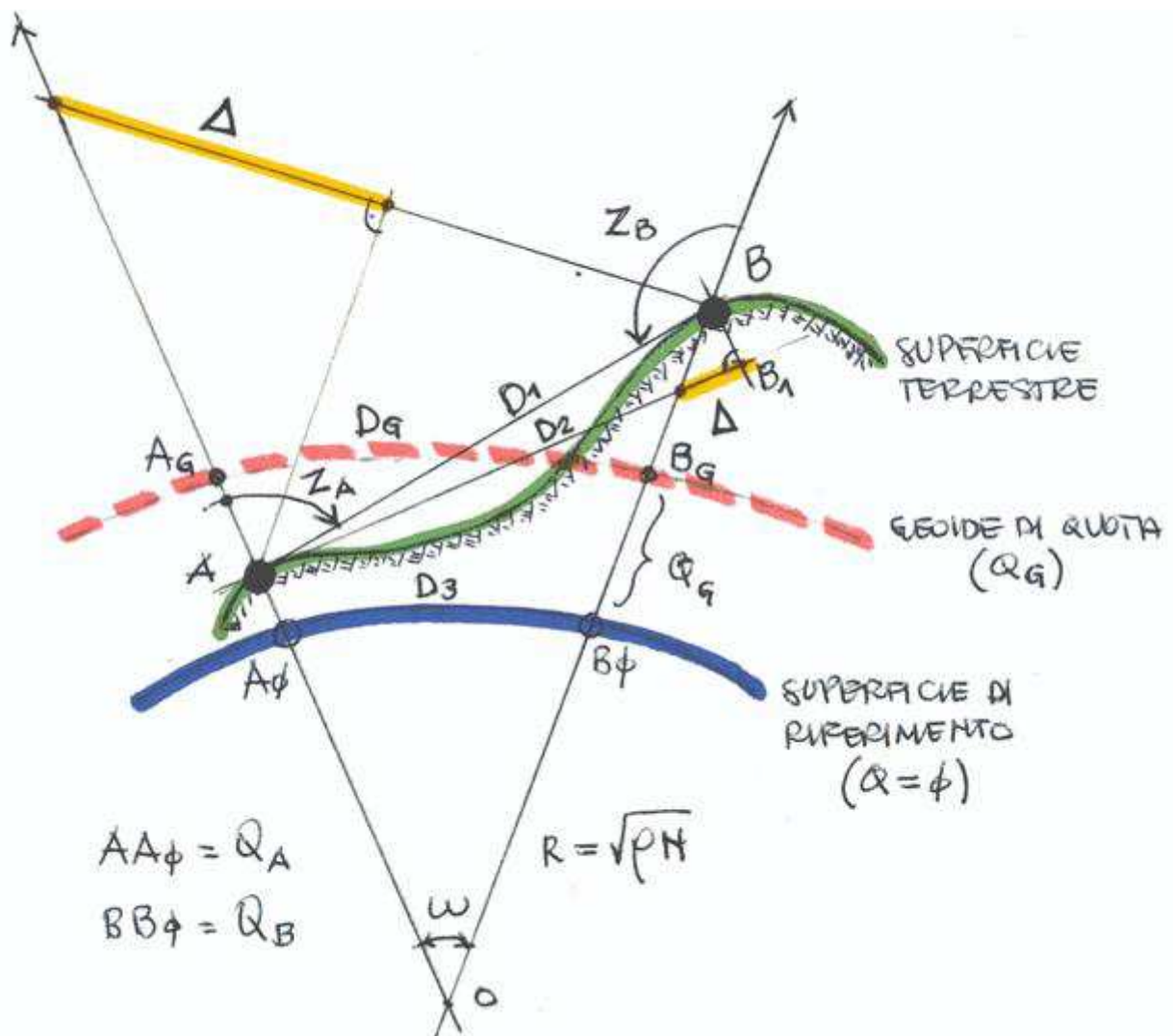


RIDUZIONE DELLE DISTANZE



Il problema della riduzione delle distanze ad una determinata superficie di riferimento va analizzato nei suoi diversi aspetti in quanto, in relazione allo scopo della misura, si hanno procedure di calcolo anche molto diverse fra loro.



Definiamo intanto alcuni tipi di distanze che sono in gioco nelle diverse situazioni di calcolo topografico:

- 1 - Distanza inclinata A-B (valore misurato) (D1)
- 2 - Distanza ridotta all'orizzonte dell' estremo (A) (D2)
- 3 - Distanza ridotta all'orizzonte dell' estremo (B) (D2)
- 4 - Distanza ridotta al livello del mare (Geode) (D3)
- 5 - Distanza ridotta al piano di Gauss (cartografica) (D4)
- 6 - Distanza ridotta al Geode (Sfera locale) di quota assegnata (Qg) (Dg)

Sia **D1** la distanza (effettiva) misurata secondo la retta congiungente i punti **A** e **B**, si sia inoltre misurato l'angolo zenitale **Z** del punto B rispetto al punto A e sia nota, anche con l'approssimazione di qualche metro la quota **Q** del punto A.

Si denoti con **D2** la distanza AB valutata secondo il piano orizzontale di A (chiamata semplicemente distanza orizzontale) e sia **D3** la distanza sulla superficie di riferimento (chiamata distanza).

Sia inoltre **Dg** la distanza proiettata su una superficie di riferimento particolare, e molto importante in svariate situazioni della pratica operativa, chiamata **Geoide di quota** (Qg) o più propriamente SFERA LOCALE di quota Qg.

Sia infine **D4** (non rappresentata nel grafico) la distanza trasformata sul piano di Gauss (distanza cartografica) mediante un opportuno modulo di deformazione lineare. (vedi **Sistemi di riferimento cartografici**)

Elaborazioni

Distanza inclinata A-B (valore misurato in campagna)

Il valore **D1** della distanza misurata può essere utilizzato direttamente per l'elaborazione successiva o eventualmente corretto per le condizioni atmosferiche (vedi **Correzioni distanze per condizioni atmosferiche**)

Distanze ridotte all'orizzonte degli estremi A e/o B

La riduzione delle distanze misurate all'orizzonte di un estremo A o B della misura di attua, in prima approssimazione, con la formula consueta: **$D2 = D1 * \sin (Z)$** .

E' importante osservare che se la distanza è elevata e lo è pure il dislivello fra i suoi estremi potrebbe non essere trascurabile la convergenza delle verticali passanti per gli estremi A e B (valore dato dall'angolo al centro **ω**); si rende allora necessario il calcolo del termine correttivo che abbiamo chiamato correzione di convergenza (**Δ**) ed applicarlo alle distanze **D2** ridotte all'orizzonte di A e/o B.

Distanza ridotta al livello del mare (Geode) (D3)

Il calcolo rigoroso di **D3** a partire da **D1** avviene con i seguenti passi:

$$D2 = D1 * \sin (Z)$$

Indicando ora con **Δ** la **correzione di convergenza**, ovvero la differenza fra **D2** e la lunghezza del tratto di distanza orizzontale compreso fra le verticali di A e B:

$$D3 = R * \omega = R * \arctan((D2 - \Delta) / (Q + R))$$

con R raggio della sfera locale calcolato per la latitudine di A, che si suppone pure nota, anche se in maniera approssimativa.

Per il calcolo di Δ si ha:

$$\Delta = D1 * \cos(Z) * \tan(\omega) = D1 * \cos(Z) * ((D2 - \Delta) / (Q + R))$$

e quindi

$$\Delta = D1 * \cos(Z) * D2 / (Q + D1 * \cos(Z) + R)$$

Il termine $D1 * \cos(Z)$ rappresenta la differenza di quota di B rispetto al piano orizzontale per A e ovviamente la correzione di convergenza è nulla se il punto B si trova su tale piano.

Nel calcolo di Δ il contributo dei termini **Q** e **$D1 * \cos(Z)$** a denominatore è sempre in generale trascurabile (a meno che i punti non stiano agli estremi opposti del campo geodetico e con dislivelli di parecchi chilometri); quindi, in forma semplificata:

$$\Delta = D2^2 * \cot(Z) / R$$

Si noti che il termine Δ può avere segno positivo o negativo in relazione al valore di Z. Per osservazioni in elevazione Δ è positivo, in caso contrario è negativo.

Distanza ridotta al piano di Gauss (cartografica) (D4)

Come spiegato nel capitolo citato, la riduzione della distanza al piano di Gauss avviene, sinteticamente, con i seguenti passi di elaborazione:

Distanza inclinata (**D1**)



Distanza ridotta all'orizzonte (**D2**)



Distanza ridotta al Geoide (livello del mare) (**D3**)



Distanza ridotta al piano di Gauss (cartografica) (**D4**)

Il valore di **D4** ha un significato puramente cartografico; essa può essere utilizzata per tutte quelle applicazioni che interagiscono con rappresentazioni e/o sistemi di riferimento di natura cartografica. **D4** non deve essere utilizzata quando le misure hanno come scopo l'esecuzione di lavori, quali tracciamento di gallerie, funivie, rilievi di bacini idroelettrici, ecc.; infatti in tutte queste situazioni operative il dato di interesse essenziale è la distanza (o l'angolo) riferito ad un piano orizzontale in un determinato punto del terreno e quindi ad una quota caso per caso variabile.

Distanza ridotta al Geoide (Sfera locale) di quota assegnata (Qg) (Dg)

Come accennato al punto precedente, è importante che il topografo abbia ben chiaro lo scopo del suo rilievo e quindi delle misure (distanze, angoli, dislivelli) che gli serviranno nell'elaborazione dei suoi dati.

Qualora lo scopo delle misure non fosse di tipo cartografico puro, nel senso di fornire risultati nei sistemi cartografici nazionali (IGM, Catasto, ecc), bensì di carattere tecnico come sopra illustrato, si impone l'assunzione di una superficie di riferimento che permetta di ottenere risultati (distanze, angoli, coordinate) compatibili con lo scopo stesso del rilievo.

Si tratta, a questo punto, di introdurre una nuova superficie di riferimento collocata altimetricamente in prossimità della zona rilevata o addirittura coincidente con uno dei suoi punti: si parla in questo caso di **Sfera locale di quota assegnata (Qg)**.

Riferendoci al grafico iniziale chiamiamo **Dg** la distanza fra i punti A e B proiettata su una superficie di riferimento (Sfera locale) ad una quota (**Qg**) scelta dal topografo in relazione allo scopo del rilievo.

Le elaborazioni avvengono nel seguente ordine:

$$D2 = D1 * \sin (Z)$$

$$\Delta = D2^2 * \cot(Z) / R$$

Dalla $D3 = R * \omega = R * \arctan((D2-\Delta)/(Q+R))$ ponendo $\omega = \tan(\omega) = (D2-\Delta)/(Q+R)$

Si ottiene la forma semplificata $D3=R*(D2-\Delta)/(Q+R)$ che, con approssimazione lecita può assumere la forma definitiva utilizzata nella pratica:

$$D3= (D2-\Delta) * (R/(R+Q))$$

Sostituendo R con (R+Qg) , raggio della nuova sfera locale, si ottiene:

$$D_g = (D_2 - \Delta) * (R + Q_g) / (R + Q)$$

Il rapporto $(R + Q_g) / (R + Q)$ può essere > 0 o < 1 , e pertanto la distanza **D2** può subire una contrazione o dilatazione in relazione alla quota assunta per la Sfera locale.

La tabella che segue fornisce una serie di valori per Δ in relazione a diverse situazioni operative. Essa può essere utilizzata per stabilire quando, in funzione della precisione del rilievo, il contributo del termine Δ può essere trascurato.

$$\Delta = D_2^2 * \cot(Z) / R$$

Z/D	300	500	1000	2000	5000
100	0	0	0	0	0
90	0.002	0.006	0.025	0.099	0.622
80	0.005	0.013	0.051	0.204	1.275
70	0.007	0.020	0.080	0.320	2.000

Gli angoli zenitali (**Z**) sono espressi in gradi centesimali, le distanze ed i valori calcolati di Δ sono espressi metri.

Esempio-1

Segue ora un esempio di poligonale elaborata sul piano di Gauss.

Esempio-2

Vediamo ora un esempio di applicazione del GEOIDE di QUOTA.

Le operazioni di calcolo e compensazione della rete sono state condotte nelle seguenti ipotesi:

- rete contenuta nel campo topografico
- riduzione delle distanze al geode (sfera locale) passante per la quota 1200 m.

Per giustificare le ragioni di tali scelte occorre risalire alle finalità del rilievo. La rete sarà utilizzata per il tracciamento di un'opera di ingegneria civile ed è pertanto necessario utilizzare un sistema di riferimento che abbia i seguenti requisiti:

- le distanze calcolate utilizzando le coordinate dei punti devono essere per quanto possibile equivalenti a quelle misurate sul terreno in corrispondenza dell'opera da realizzare;
- gli angoli, calcolati come differenza di angoli di direzione utilizzando le coordinate dei punti che li definiscono, devono essere uguali a quelli misurati sul terreno.

Solo se queste condizioni sono verificate è possibile effettuare operazioni di tracciamento, ossia di riporto sul terreno di punti noti solo come coordinate.

Per quanto riguarda la scelta della quota di riferimento è importante notare che la riduzione delle distanze al geode, se si considera la quota assoluta dei punti, raggiunge valori notevoli.

Infatti l'opera in oggetto (galleria del Frejus) si sviluppa ad una quota media di 1200 m e pertanto 10 Km effettivi di galleria risulterebbero ridotti, se proiettati sul geode, a

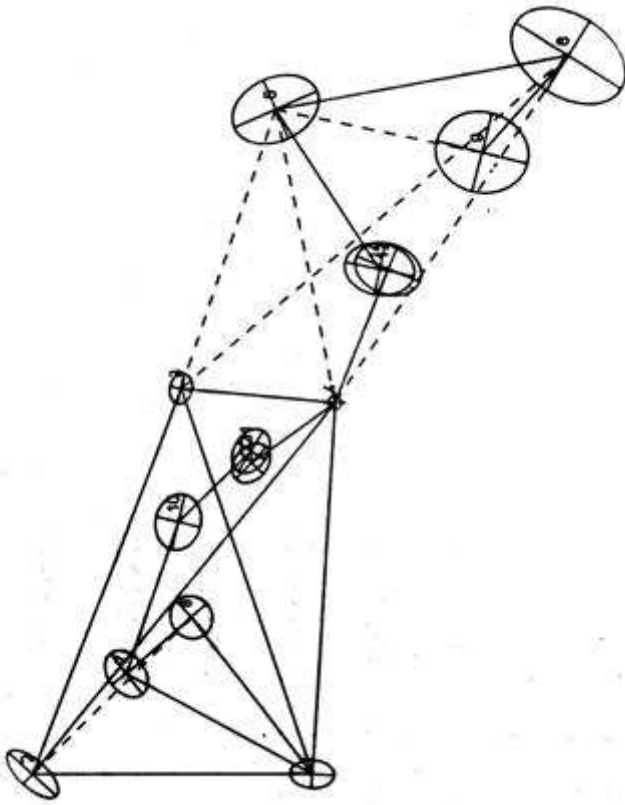
$$L_0 = L_{1200} (1 - Q/R) = 10000 * (1 - 1200/6.37 * 10^6) = 9998.125 \text{ m}$$

cioè la galleria dovrebbe essere considerata quasi 2 m più corta del suo reale sviluppo.

(A) Tabella misure rete geodetica galleria del Frejus

Distanza	Strumento	N. determinazioni	Distanza obliqua media	Riduzione orizzontale	Riduzione di convergenza	Riduzione al geode + 1200	Distanza corretta
1- 2	AGA mod. 8	6	6397,558	6374,656	+ 0,540	- 1.600	6373,596
1- 3	AGA mod. 8	2	9281,715	9278,821	- 0,337	- 2.239	9276,155
1- 4	AGA mod. 8	2	8477,525	8474,798	- 0,285	- 2.127	8472,386
1- 8	AGA mod. 6	4	4697,266	4511,719	+ 0,924	- 1.133	4511,510
1- 7	AGA mod. 6	4	5002,958	4815,748	+ 1,023	- 1.209	4815,562
2- 3	AGA mod. 8	2	9430,246	9398,777	- 1,134	- 1.565	9396,078
2- 4	AGA mod. 8	2	10931,090	10905,348	- 1,281	- 1.816	10902,251
7- 8	AGA mod. 6	4	1962,545	1961,976	- 0,014	- 0.077	1961,885
7-10	AGA mod. 6	5	3681,432	3672,548	- 0,147	- 0.144	3672,257
11-10	AGA mod. 6	4	2314,535	2307,443	+ 0,065	- 0.261	2307,247
11-12	AGA mod. 6	4	268,328	268,321	-	- 0.030	268,291
12- 4	AGA mod. 6	5	2606,710	2347,058	- 0,417	- 0.265	2346,376
13- 4	AGA mod. 6	5	3431,884	3281,484	- 0,517	- 0.334	3280,633
14-13	AGA mod. 6	6	214,026	194,673	- 0,003	- 0.018	194,652
14- 5	AGA mod. 6	5	4384,443	4349,734	- 0,375	- 0.409	4348,950
6- 5	AGA mod. 6	4	6785,506	6762,021	- 0,598	- 0.753	6760,670
9- 6	AGA mod. 6	4	3022,014	2931,521	- 0,337	+ 0.014	2931,198
4- 3	AGA mod. 6	4	3532,808	3532,769	- 0,009	- 1.008	3531,752

(B) Schema rete e risultati della compensazione:



Si rammenta, a conclusione di questo esempio, che la rete in oggetto presentava vertici con quote variabili da 1200 a oltre 3000 m; ciò può aiutare a meglio comprendere i valori di correzione presenti nella tabella (A), realmente notevoli se confrontati con le precisioni degli strumenti impiegati. In situazioni di questo tipo l'adozione di una superficie di riferimento di tipo non cartografico è una scelta oltre che corretta anche obbligata.