Collegio dei Geometri di Bergamo
I.S.I.S. Quarenghi

Corso di preparazione agli Esami di abilitazione alla libera professione di Geometra
Sessione 2009

TOPOGRAFIA

Docente
Ing. Aldo Piantoni

PRIMO MODULO

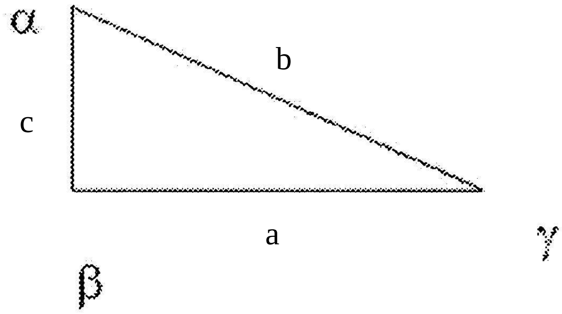
Come misuriamo gli angoli?

Sistema sessagesimale
gradi primi e secondi
sistema sessadecimale
gradi, decimi centesimi……
Radianti

centesimali (gon – C – g)

TRIANGOLO RETTANGOLO

Da ricordare il teorema di Pitagora
la somma del quadrato dei cateti = al quadrato dell’ipotenusa
$b^2=a^2+c^2$



In tutti i triangoli la somma degli angoli interni è uguale ad un angolo piatto.

Relazioni fondamentali

senα = rapporto tra il cateto opposto all’angolo ed ipotenusa =a/b

cosα = rapporto tra cateto adiacente all’angolo ed ipotenusa= c/b

tanα = rapporto tra cateto opposto all’angolo e cateto adiacente = a/c

Attenzione!

- Prima di iniziare qualsiasi calcolo verificate che la calcolatrice operi nel sistema angolare corretto
- Fate attenzione alla precisione dei dati assegnati (n° di decimali) per avere un risultato congruente

Triangoli qualsiasi

- Anche per essi la somma degli angoli interni è pari ad un angolo piatto
- sussistono due relazioni particolarmente importanti tra gli elementi di un triangolo qualsiasi
- per essere risolvibile debbono essere noti tre elementi di cui almeno un lato (area…)

TEOREMA DEI SENI

all'interno di un triangolo qualsiasi rimane costante il rapporto tra il lato ed il seno dell'angolo opposto

$a/\sin\alpha = b/\sin\beta = c/\sin\gamma = 2R$ (diametro circonferenza circoscritta)

è utile per ricavare il lato noti un lato e gli angoli
n.b. - da utilizzare con attenzione per calcolare gli angoli perché la funzione arcsin ammette due risultati (α ; 200-α) per lo stesso valore del seno

TEOREMA DI CARNOT (del coseno)

in un triangolo qualsiasi il quadrato di un lato è pari alla somma del quadrato degli altri due diminuita del doppio prodotto dei lati per il coseno dell'angolo compreso.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2ab \times \cos\alpha$$

Utile nel caso si debbano calcolare gli angoli noti i lati perché la funzione arcos ammette un solo risultato per angoli minori di 200

$$\alpha = \arccos [(b^2+c^2-a^2)/2bc)]$$

Il calcolo dell'area nel triangolo

Vi sono diverse modalità per il calcolo dell'area del triangolo

- $(b \times h)/2$
- $(b \times a \times \sin\gamma)/2$
- $(b^2 \times \sin \gamma \times \sin \alpha) /2\sin \beta$
- $\sqrt{(p \times (p-a) \times (p-b) \times (p-c))}$

SECONDO MODULO

1. MISURA DELLE DISTANZE

La distanza tra due punti può essere reale o inclinata (d_r), orizzontale (d_{or}), topografica o ridotta (d_T). Partendo dalla distanza reale, le altre due si ricavano dalle equazioni:

$$d_{o\,r} = d_r \text{ x sen } \varphi = d_r \text{ x sen } (CV)$$

$$d_T = d_{or} \frac{R}{R + Q}$$

dove:
φ ; (CV) : angolo verticale o zenitale
Q: quota media s.l.m.

Per distanze superiori a qualche chilometro conviene usare la seguente espressione che considera le correzioni dovute alla sfericità ed al fenomeno di rifrazione atmosferica:

$$d_{o\,r} = d_r \text{ x sen(CV)} - (1 - k/2) \text{x } d_r^2 \cos CV)/R$$

in cui:
k = coefficiente di rifrazione, in media pari a 0,14
R = raggio della sfera locale, mediamente 6.377 Km

Precisione media sulle distanze:
– distanziometri ad onde: 5 mm + 5 ppm = 5 mm + 5 mm/km
– stadia: 10 cm + 0,1 cm/m = 10 cm + 1.000 ppm

2. MISURA DEI DISLIVELLI

LIVELLAZIONI GEOMETRICHE (a visuale orizzontale):

Da un estremo: Δ_{AB} = altezza strumentale – lettura alla stadia = (h_A-L_B)
Dal mezzo: Δ_{AB} = lettura alla stadia indietro (contro-battuta) – lettura alla stadia avanti (battuta) =(L_A-L_B)
Composta: Δ_{AB} = somme delle contro-battute – somma delle battute

LIVELLAZIONE TACHEOMETRICA (a visuale inclinata)

$$\Delta_{AB} = h_A - l_B + \overline{AB}/\tan(CV) + (1-k)\overline{AB}^2/(2R)$$

$\overline{AB}$: distanza orizzontale
h_A, l_B: altezza strumentale e altezza del prisma(o lettura media)
(CV): angolo zenitale o verticale
k: coefficiente di rifrazione, assunto mediamente pari a 0,14
R: raggio della sfera locale, mediamente 6.377 km

METODOLOGIE DI RILIEVO

Un rilievo è **isodeterminato** se le misure sono strettamente sufficienti a stabilire la posizione reciproca dei punti rilevati, mentre è **iperdeterminato** n volte se le misure sono sovrabbondanti. Se invece le misure effettuate non sono sufficienti il rilievo è **labile**.

1. **Rilievo celerimetrico o di dettaglio**

Tipologia del rilievo: ISODETERMINATO, sia in planimetria che in quota
Determinazione del punto A nel sistema di riferimento celerimetrico nel punto di stazione S:

$$\begin{cases} X_A = X_S + \overline{SA} \cdot sen\,\vartheta_{SA} \\ Y_A = Y_S + \overline{SA} \cdot \cos\vartheta_{SA} \\ Q_A = Q_S + h_S - h_A + \dfrac{\overline{SA}}{\tan\varphi_{SA}} + (1-k) \cdot \dfrac{\overline{SA}^2}{2R} \end{cases}$$

COLLEGAMENTO DIRETTO DI DUE STAZIONI
Le due stazioni S e T sono reciprocamente visibili ed a distanza inferiore alla portata del distanziometro. In questo caso è possibile stazionare in S e collimare T misurando quindi distanza ed azimut θ_{ST} ; da T si ricollima S imponendo al cerchio orizzontale una lettura $\theta_{TS} = \theta_{ST} + 200$

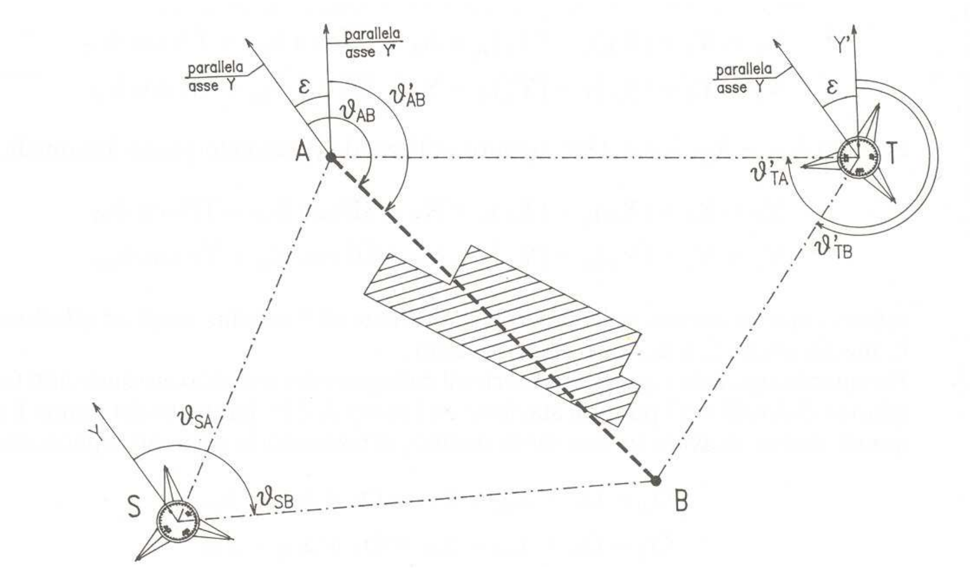
Così facendo in S e T il CO ha il medesimo orientamento ed è possibile calcolare le coordinate di T nonché le coordinate dei punti battuti da T

$X_T=X_s+ST\ \text{sen}\ (\theta_{ST})$; $Y_T=Y_s+ST\ \cos\ (\theta_{ST})$

punto P battuto da T
$X_P= X_T+TP\ \text{sen}\ (\theta_{TP})$; $Y_P= Y_T+TP\ \cos\ (\theta_{TP})$

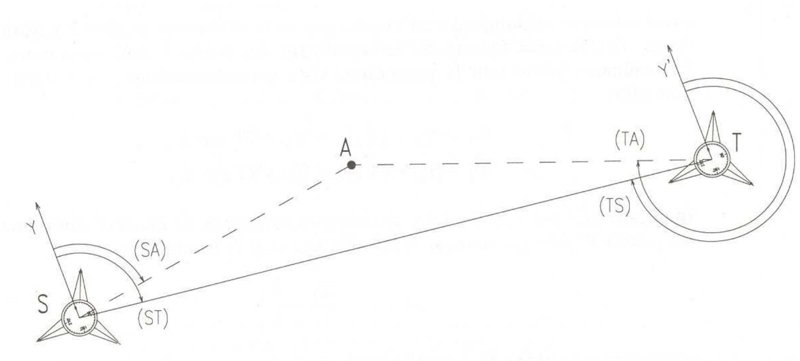
COLLEGAMENTO INDIRETTO DI DUE STAZIONI

Serve a collegare due stazioni non reciprocamente visibili, in appoggio a due punti A e B, contemporaneamente visibili dalle due stazioni S e T. Tipologia del rilievo: IPERDETERMINATO sia in planimetria che in quota. In planimetria si fanno quattro misure dalla stazione S e dalla stazione T (due angoli di direzione e due distanze da ciascuna). Le incognite sono le coordinate dei tre punti A, B e T, e l'angolo di disorientamento ε: quindi 8 misure e 7 incognite = 1 iperdeterminazione. In quota, il dislivello ST può essere calcolato lungo due percorsi diversi: SAT e SBT, quindi una iperdeterminazione. Per il calcolo planimetrico sì calcola prima il disorientamento ε nella stazione T mediante la differenza tra i due azimut θ_{AB} e θ'_{AB}, quindi si calcolano le coordinate della stazione T prima con riferimento al punto A e poi con riferimento al punto B e si effettua la media aritmetica dei due valori determinati.



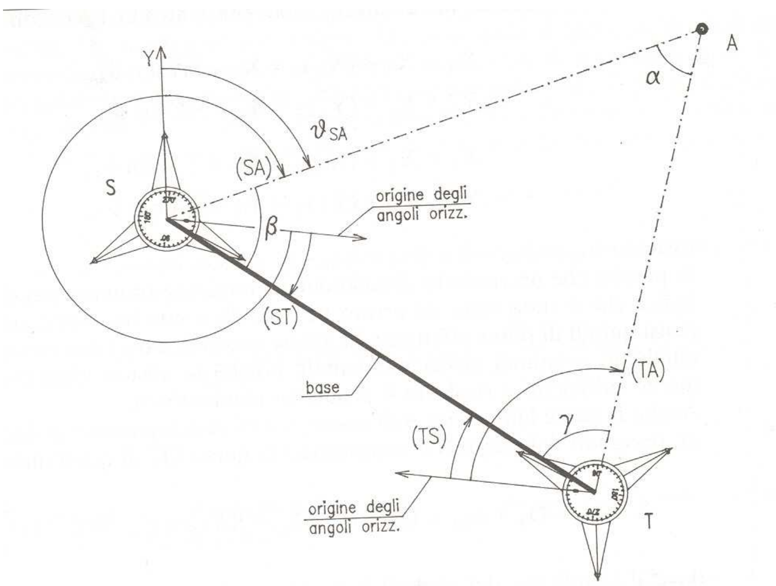
COLLEGAMENTO MISTO DI DUE STAZIONI

Si adotta nei casi in cui le due stazioni se pur reciprocamente visibili sono a distanza maggiore della portata del distanziometro ma comunque inferiore al doppio della medesima. In questo caso si utilizza un punto intermedio A in modo tale che si possano misurare le distanze SA e TA e quindi calcolare la distanza ST risolvendo il triangolo AST. Si procede poi come per il collegamento diretto.



2. Rilievo per intersezioni

2.1 Intersezione in avanti



Tipologia del rilievo: ISODETERMINATO in planimetria, IPERDETERMINATO in quota

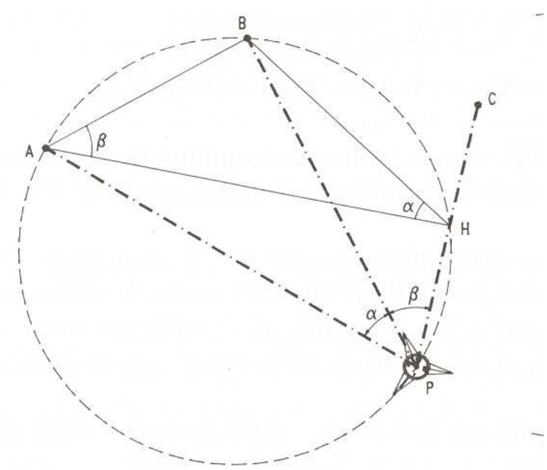
Sono note le coordinate di due punti accessibili S e T, si devono determinare le coordinate di un punto inaccessibile A.
Dalle due stazioni si determinano gli angoli orizzontali in S e in T, gli angoli zenitali e la distanza reciproca tra esse (base). Per determinare le distanze incognite dalle stazioni al punto inaccessibile si applica il teorema dei seni.
$SA = ST \operatorname{sen}\gamma / \operatorname{sen}\alpha$; $TA = ST \operatorname{sen}\beta / \operatorname{sen}\alpha$

Quindi si calcolano le coordinate con le formule di conversione Polari → Rettangolari.
$X_A = X_S + (X_A)_S = X_S + SA \operatorname{sen}(SA)$
$Y_A = Y_S + (Y_A)_S = Y_S + SA \cos(SA)$

$X_A = X_T + (X_A)_T = X_T + TA \operatorname{sen}(TA)$
$Y_A = Y_T + (Y_A)_T = Y_T + TA \cos(TA)$

Per la quota si applica la formula della livellazione tacheometrica prima da S e poi da T, e si esegue la media aritmetica dei due valori (1 iperdeterminazione in quota).

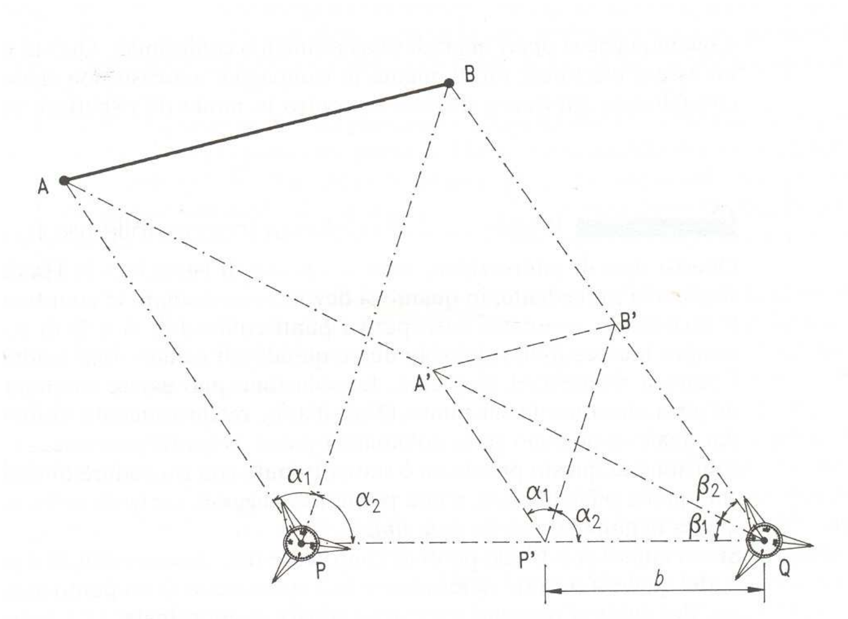
2.2 Intersezione inversa con tre punti (SNELLIUS-POTHENOT)



Tipologia del rilievo: ISODETERMINATO in planimetria, IPERDETERMINATO in quota.
Sono note le coordinate di tre punti inaccessibili A, B e C, si devono determinare le coordinate di un punto accessibile P, in cui si effettua la stazione. Dalla stazione P si determinano gli angoli orizzontali α e β formati con le congiungenti i tre vertici noti, e gli angoli zenitali. Si disegna la circonferenza passante per due punti noti e quello incognito, ad

es. A, B e P: si congiunge P con il terzo vertice noto C e si risolve il triangolo ABH applicando il teorema dei seni, constatando che due degli angoli interni di detto triangolo sono pari ad α e β. Si ricava quindi l'azimut $\vartheta_{HC} = \vartheta_{PC}$ che permette di determinare l'angolo BAP e quindi di risolvere il triangolo BAP, ancora col teorema dei seni. Si possono quindi calcolare le coordinate di P con le formule di conversione Polari → Rettangolari. Per la quota si applica la formula della livellazione tacheometrica relativa alle tre collimazioni in A, B e C, e si esegue la media aritmetica dei tre valori (2 iperdeterminazioni in quota).

2.3 Intersezione inversa con due punti o problema della distanza inaccessibile (HANSEN)



Tipologia del rilievo: ISODETERMINATO in planimetria, IPERDETERMINATO in quota.
Sono note le coordinate di due punti inaccessibili A e B, si devono determinare le coordinate di un punto accessibile P, in cui si effettua la stazione. Dalla stazione P si determinano gli angoli orizzontali e verticali formati con le congiungenti i due vertici noti, e un punto di appoggio Q; da quest'ultimo si effettuano le stesse misurazioni. Si considera quindi un quadrilatero fittizio, simile a quello effettivo, in cui si pone arbitrariamente la distanza PQ (base) uguale ad un certo valore. Si potrebbe eventualmente anche misurare tale base, in tal caso il problema planimetrico diventerebbe iperdeterminato. Si considerano quindi i due triangoli

che i lati congiungenti la stazione P con i due vertici noti formano con la base fittizia, e si determinano tali lati mediante il teorema dei seni. Si considera quindi il triangolo formato da questi ultimi lati e si applica il teorema di Carnot diretto ed inverso per determinare la distanza tra i punti di coordinate note e l'angolo adiacente. Dal confronto tra la distanza così determinata e quella effettiva, ricavabile dalle coordinate, si determina il rapporto di similitudine tra il quadrilatero fittizio e quello effettivo, risalendo così alla distanza effettiva PA. Mediante le formule di conversione Polari → Rettangolari si determinano le coordinate di P. Per la quota si applica la formula della livellazione tacheometrica relativa alle due collimazioni in A e B, e si esegue la media aritmetica dei due valori (1 iperdeterminazione in quota). Se i dislivelli sono stati misurati anche dalla stazione ausiliaria Q si hanno altre due ulteriori determinazioni di quota.

3. Rilievo per poligonazioni

Angolo al vertice: è l'angolo ottenuto dalla rotazione del lato precedente verso quello seguente in senso orario.
FORMULA DI TRASPORTO DEGLI AZIMUT

$$\theta_{succ.} = \theta_{prec.} + \text{angolo al vertice} \quad \begin{cases} +\,200 \text{ gon se } \theta_{prec.} + \text{angolo al vert.} < 200 \text{ gon} \\ -\,200 \text{ gon se } \theta_{prec.} + \text{angolo al vert.} > 200 \text{ gon} \\ -\,600 \text{ gon se } \theta_{prec.} + \text{angolo al vert.} > 600 \text{ gon} \end{cases}$$

3.1 Poligonali aperte non orientate

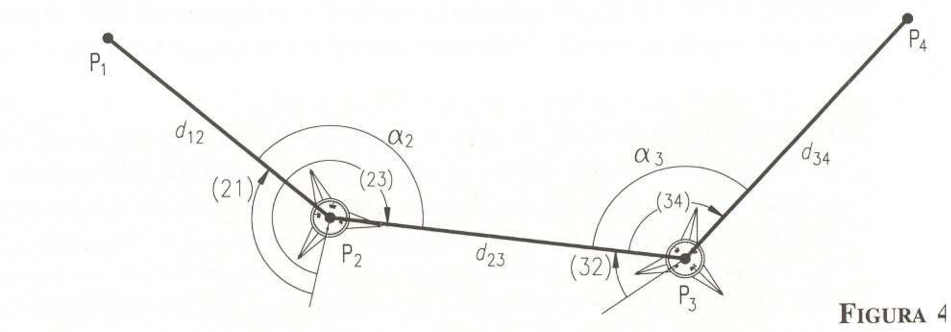


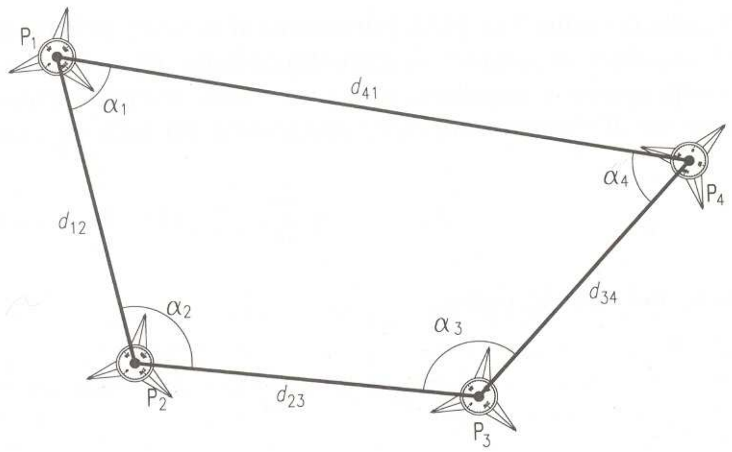
FIGURA 4

Tipologia del rilievo: ISODETERMINATO in planimetria

a) Calcolo degli azimut, partendo dal primo azimut fissato a priori, in base alla scelta del sistema di coordinate
b) Calcolo delle coordinate parziali di ogni vertice rispetto al precedente

c) Calcolo delle coordinate assolute dei vertici

3.2 Poligonali chiuse non orientate



Tipologia del rilievo: IPERDETERMINATO in planimetria (3 volte)

a) Compensazione angolare, con ripartizione in parti uguali dell'errore di chiusura angolare
b) Calcolo degli azimut, partendo dal primo azimut fissato a priori, ed utilizzando gli angoli al vertice compensati
c) Calcolo delle coordinate parziali di ogni vertice rispetto al precedente
d) Compensazione lineare delle coordinate parziali, con ripartizione degli errori di chiusura lineare in parti proporzionali al loro valore assoluto
e) Calcolo delle coordinate assolute dei vertici

3.3 Poligonali chiuse solo angolarmente

Tipologia del rilievo: IPERDETERMINATO in planimetria (2 volte)

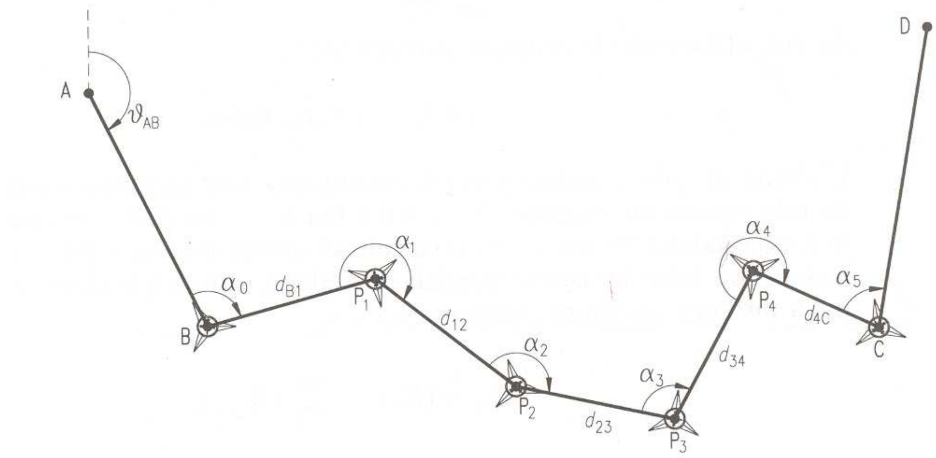
a) Compensazione angolare, con ripartizione in parti uguali dell'errore di chiusura angolare
b) Calcolo degli azimut, partendo dal primo azimut fissato a priori, ed utilizzando gli angoli al vertice compensati. Nella scelta degli assi, uno di questi deve passare per il lato incognito
c) Calcolo delle coordinate parziali perpendicolari al lato incognito di ogni vertice rispetto al precedente
d) Compensazione lineare delle coordinate parziali, come sopra
e) Calcolo delle coordinate parziali parallele al lato incognito dei vertici, la cui somma dà la lunghezza del lato incognito
f) Eventuale calcolo delle coordinate assolute dei vertici

3.4 Poligonali chiuse orientate

Tipologia del rilievo: IPERDETERMINATO in planimetria (3 volte)

a) Compensazione angolare, con ripartizione in parti uguali dell'errore di chiusura angolare
b) Calcolo degli azimut, partendo dal primo azimut determinato dalla conoscenza delle coordinate di due punti o assegnato, ed utilizzando gli angoli al vertice compensati
c) Calcolo delle coordinate parziali di ogni vertice rispetto al precedente
d) Compensazione lineare delle coordinate parziali, con ripartizione degli errori di chiusura lineare in parti proporzionali alloro valore assoluto, ad eccezione dei punti di coordinate note
e) Calcolo delle coordinate assolute dei vertici

3.5 Poligonali aperte ad estremi vincolati



Tipologia del rilievo: IPERDETERMINATO in planimetria (3 volte)

a) Calcolo degli azimut provvisori, partendo dal primo azimut utilizzando le coordinate dei primi due punti
b) Determinazione dell'errore di chiusura angolare, confrontando l'ultimo azimut calcolato con la formula di trasporto degli azimut, e mediante le coordinate degli ultimi due punti
c) Compensazione angolare degli azimut, con ripartizione in parti uguali dell'errore di chiusura angolare
d) Calcolo delle coordinate parziali provvisorie di ogni vertice rispetto al precedente

e) Determinazione degli errori di chiusura lineare, confrontando la somma delle coordinate parziali provvisoria, con quella ottenibile dai punti di coordinate note
f) Ripartizione degli errori in parti proporzionali ai valori assoluti delle coordinate
g) Calcolo delle coordinate assolute dei vertici

4. Rilievo per trilaterazioni

Tipologia del rilievo: ISODETERMINATO in planimetria
Si uniscono i vertici da determinare in modo da formare triangoli dei quali si misurano le lunghezze dei lati. Gli angoli si possono ricavare in ciascun triangolo applicando il teorema di Carnot inverso. E' possibile rendere iperdeterminato il rilievo creando altri triangoli congiungenti i vertici assegnati.

ERRORI NELLE MISURE INDIRETTE

1. Formula di trasmissione degli errori

Data la grandezza F (x, y, ...) determinata misurando direttamente le grandezze $X \pm \sigma_X$; $Y \pm \sigma_Y$;, il suo scarto quadratico medio può essere ricavato dalla formula:

$$\sigma_f = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial X}\right)^2 \sigma_X^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial Y}\right)^2 \sigma_Y^2 + \cdots}$$

cioè la radice quadrata della somma delle derivate parziali di tutte le variabili al quadrato, moltiplicate per i quadrati dei rispettivi scarti quadratici medi.

2. Compensazione empirica delle livellazioni

Livellazioni tacheometriche e trigonometriche: l'errore medio può essere assunto proporzionale alla distanza misurata. Il peso delle varie determinazioni da utilizzare nella media ponderata può quindi essere assunto pari al reciproco del quadrato della distanza misurata.
Livellazioni geometriche: l'errore medio può essere assunto proporzionale alla radice quadrata della distanza misurata. Il peso delle varie determinazioni da utilizzare nella media ponderata può quindi essere assunto pari al reciproco della distanza misurata.

1. Deformazioni cartografiche

Modulo di deformazione lineare *m*: rapporto tra la lunghezza di un segmento misurato sulla carta e il corrispondente misurato sulla superficie di riferimento (ellissoide). Se in un punto della carta si ha $m = 1$, in tal punto la carta è *equidistante*.
Deformazione angolare δ: differenza tra un angolo misurato sulla carta e il corrispondente misurato sulla superficie di riferimento (ellissoide). Se $\delta = 0$, la carta è *conforme*.
Modulo di deformazione superficiale μ: rapporto tra l'area di una superficie misurata sulla carta e la corrispondente misurata. Se in punto della carta si ha $\mu = 1$, in tal punto la carta è *equivalente*. Se la carta è conforme $\mu = m^2$.
Se sono presenti tutte le tre deformazioni sopra elencate, ma con valori piccoli, la carta è *afillattica*.

2. Proiezioni

Proiezioni prospettiche: gli elementi da rappresentare sono proiettati su un piano.
Proiezioni per sviluppo: gli elementi da rappresentare sono proiettati su una superficie sviluppabile in piano (cilindro o cono).
Le proiezioni per sviluppo più utilizzate sono:

– **proiezione diretta di Mercatore**: proiezione su cilindro tangente all'equatore, conforme, equidistante all'equatore. La deformazione lineare può essere calcolata in prima approssimazione con la formula ottenuta considerando la superficie di riferimento sferica:

$$m = \frac{1}{\cos\varphi} \qquad (\varphi\text{:latitudine})$$

– **proiezione di Gauss**: la Terra è suddivisa in 60 fusi, di ampiezza in longitudine pari a 6° ciascuno, rappresentati con una proiezione su cilindro tangente al meridiano centrale. E' una rappresentazione conforme.
  Per ridurre la deformazione lineare media, che altrimenti sarebbe sempre una dilatazione compresa tra 1 e 1,0008, si riducono le distanze da rappresentare del fattore 0,9996. In tal modo la deformazione lineare è contenuta nell'intervallo da 0,9996 a 1,0004. La deformazione lineare può essere calcolata in prima approssimazione con la seguente formula:

$$m = 0{,}9996\left[1+\frac{(\lambda-\lambda_0)^2}{2}\cos^2\varphi\right]$$

(φ: latitudine; λ: longitudine; λ_0 longitudine del meridiano centrale)

In campo internazionale la proiezione di Gauss o inversa di Mercatore è utilizzata per la rappresentazione UTM (*Universal Tranverse Mercator*), con numerazione dei fusi da 1 a 60, partendo dall'antimeridiano di Greenwich. In Italia tale proiezione è utilizzata per la rappresentazione Gauss-Boaga, utilizzando due soli fusi denominati Est ed Ovest, ampliati ciascuno verso Est di circa 30'.
Alle coordinate Est è aggiunto un valore convenzionale, chiamato **falsa origine**, allo scopo di non avere valori negativi.

Sistema UTM: + 500 km per tutti i fusi

Sistema Gauss-Boaga: $\begin{cases} +1.500\,km\ per\ il\ fuso\ Ovest \\ +2.520\,km\ per\ il\ fuso\ Est \end{cases}$

Convergenza dei meridiani: è l'angolo formato tra le trasformate dei meridiani (Nord geografico) e la parallela all'asse X (Nord). In prima approssimazione vale:

$\gamma = (\lambda - \lambda_0)$ sen φ

TERZO MODULO

1. Area di poligoni

1.1 Metodi analitici

Formula di camminamento:

$$A=\frac{1}{2}\left[\sum_{i=2}^{n-1} d_{i-1}\cdot d_i\cdot sen\,\alpha_{i-1}-\sum_{i=3}^{n-1} d_{i-2}\cdot d_i\cdot sen(\alpha_{i-2}+\alpha_{i-1})+.....\right]$$

Formula di Gauss:

$$A=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} Y_i\cdot(X_{i-1}-X_{i+1})\,(positiva\ con\ vertici\ orientati\ in\ senso\ antiorario)$$

Mediante coordinate polari:

$$A = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} d_i \cdot d_{i+1} \cdot sen\left(\vartheta_{i+1} - \vartheta_i\right)$$

2. Divisione delle superfici agrarie

2.1 Divisione di un triangolo con dividenti uscenti da un vertice

Il triangolo di partenza (avente area A_T e base b_T) e quelli derivati hanno la stessa altezza, per le basi b_i relative a tale altezza sono proporzionali alle rispettive aree:

$$b_i = b_T A_i / A_T$$

2.2 Divisione di un triangolo con dividenti parallele ad un lato

Il triangolo di partenza è simile a quelli derivati, per cui le loro aree stanno tra loro come i quadrati dei lati corrispondenti:

$$b_i = b_T \cdot \sqrt{\frac{A_i}{A_T}}$$

2.3 Divisione di un triangolo con dividenti perpendicolari ad un lato

Si può considerare la similitudine tra i triangoli derivati e quello di raffronto, ottenuto mandando l’altezza relativa al lato cui devono risultare perpendicolari le nuove dividenti, ed applicare la formula precedente.

2.4 Problema del trapezio

Per staccare un’area assegnata A dall’appezzamento delimitato da tre lati, in cui quello intermedio *a* forma angoli α e β con gli altri due, con una nuova dividente *b* parallela al lato intermedio, si applica la seguente equazione, ottenuta moltiplicando membro a membro l’espressione della somma e della differenza delle basi:

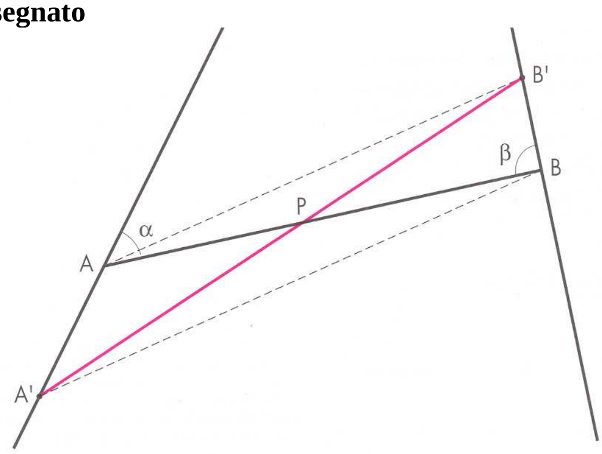
$$b = \sqrt{a^2 - 2A(\cot\alpha + \cot\beta)}$$

La distanza della nuova dividente dal lato intermedio (altezza del trapezio) e la lunghezza dei due lati obliqui si determinano con le seguenti espressioni.

$$h = \frac{2A}{a+b} \qquad d_1 = \frac{h}{sen\alpha} \qquad d_2 = \frac{h}{sen\beta}$$

3. Spostamento e rettifica di confini

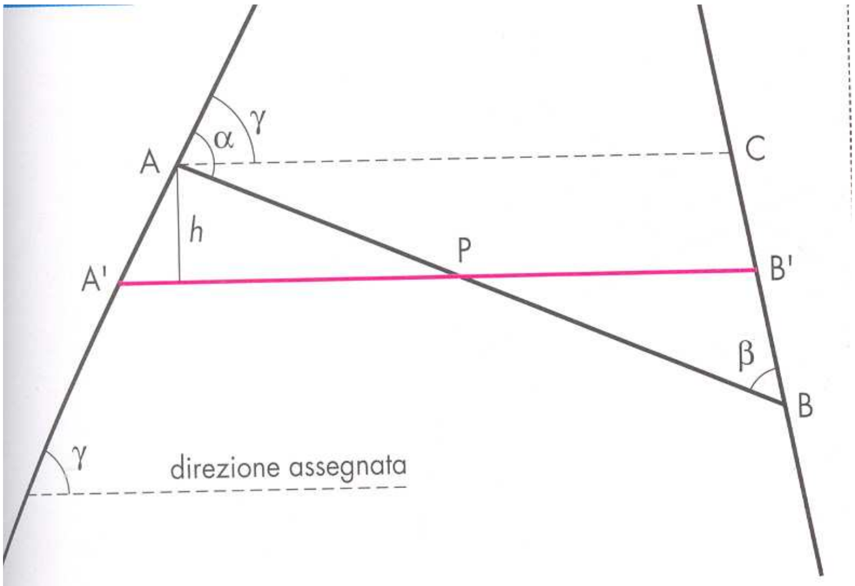
3.1 Spostamento di un confine con nuova dividente uscente da un punto assegnato



Detto AB il confine di partenza, formante angoli α e β con confini laterali, da spostare in A'B', con distanza AA' nota, si impone che l'area del triangolo AA'B sia uguale a quella del triangolo A'B'B. Si ricavano gli elementi incogniti del triangolo AA'B, di cui sono noti due lati e l'angolo compreso, applicando il teorema di Carnot. La posizione dell'estremo B' si ricava quindi imponendo l'uguaglianza delle aree.

$$\overline{BB'} = \frac{2A}{\overline{A'B} \cdot sen\left(ABA' + \beta\right)}$$

3.2 Spostamento di un confine con nuova dividente parallela a una direzione assegnata



Sia AB il confine di partenza, formante angoli α (ottuso) e β coi confini laterali, da spostare nella nuova dividente A'B', formante un angolo assegnato γ con il confine laterale passante per A. Da A si manda la parallela alla direzione assegnata, fino ad incontrare in C l'altro confine. Si impone che l'area A del triangolo ABC sia uguale a quella del trapezio AA'B'C.

$$\overline{A'B'} = \sqrt{\overline{AC}^2 - 2A\left[\cot(180° - \gamma) + \cot ACB\right]}$$

$$h = \frac{2A}{\overline{AC} + \overline{A'B'}} \qquad \overline{AA'} = \frac{h}{sen\gamma}$$

$$\overline{BB'} = \overline{BC} - \frac{h}{senACB}$$

3.3 Rettifica di un confine bilatero con dividente uscente da un punto assegnato

1) Si rettifica il confine bilatero con un unico confine rettilineo AB' uscente dal primo vertice, imponendo che l'area del triangolo ABC sua uguale a quella del nuovo triangolo ACB';
2) si sostituisce il confine così determinato con quello uscente dal punto assegnato, come visto al punto 3.1.

3.4 Rettifica di un confine bilatero con dividente parallela ad una direzione assegnata

Dato il confine bilatero ABC, con lati ed angoli noti, la rettifica si effettua mandando da A la parallela alla direzione assegnata fino ad incontrare in C' l'altro confine laterale. Se tale congiungente non interseca il confine bilatero, si impone che l'area del quadrilatero ABCC' sia uguale a quella del trapezio AMNC'. Se invece la congiungente AC' interseca la spezzata si dovranno calcolare separatamente le aree dei due triangoli ABP e PCC', ed imporre che l'area del trapezio sia pari alla differenza tra le aree dei due triangoli.

3.5 Rettifica di confini poligonali

In linea di principio si applicano i procedimenti precedenti; conviene però calcolare le aree mediante la formula di Gauss, che vale anche nei casi di poligoni intrecciati. Si deve ricordare che il segno delle aree ottenute con la formula di Gauss è positivo per le aree i cui vertici sono orientati in senso antiorario.

SPIANAMENTI

1. Tronco di prisma generico

È il solido con spigoli verticali e basi qualunque. Il suo volume è dato dal prodotto dell'area della sezione retta per la distanza tra i due piani orizzontali passanti per i baricentri delle basi.

$V = A\, h_G$

Per il solido a base triangolare l'altezza tra i baricentri h_G è data dalla media aritmetica delle tre altezze dei tre spigoli. Se il poligono di base non è triangolare, conviene suddividere il prisma in prismi triangolari elementari, e determinare il volume di ciascuno di essi.

2. Spianamenti orizzontali a quota assegnata

Dopo aver calcolato le quote rosse (dislivello tra la quota di progetto e quella del terreno):

$$r_i = q_p - Q_i \quad (i = 1,2,3, \dots, n)$$

si stabilisce in quale situazione ci si trova.

1) Quote rosse tutte positive o tutte negative (o nulle) → spianamento di tutto riporto o di tutto sterro. Si suddivide l'appezzamento in falde triangolari, e si calcola il volume del solido delimitato dal piano di

progetto e da ciascuna falda. Indicando con Ai l'area della generica falda:

$$V = \sum A_i \cdot \frac{r_{i,1} + r_{i,2} + r_{i,3}}{3}$$

2) Quote rosse in parte positive e in parte negative → spianamento di **sterro e riporto**. Si individuano le zone di sterro e di riporto mediante i punti di passaggio, nei tratti dove le quote rosse hanno segno alterno. Indicati con 1 e 2 gli estremi di quota rossa di segno opposto, le distanze si determinano con le formule:

$$d_{1P} = \frac{|r_I|}{|r_1| + |r_2|} \cdot d_{12} \qquad d2P = \frac{|r_2|}{|r_1| + |r_2|} \cdot d_{12}$$

Si suddividono quindi le zone di sterro e di riporto in falde triangolari, e si calcola il volume del solido delimitato dal piano di progetto e da ciascuna falda. Indicando con $A_{i,rip}$ e $A_{j,st}$, l'area della generica falda rispettivamente di riporto e di sterro:

$$V\,rip = \sum A_i \cdot \frac{r_{i,1} + r_{i,2} + r_{i,3}}{3} \qquad V_{st} = \sum Aj \cdot \frac{r_{j,1} + r_{j,2} + r_{j,3}}{3}$$

3. Spianamenti orizzontali di compenso

Si calcola dapprima il volume fittizio di terreno compreso tra la superficie attuale e una superficie di riferimento orizzontale a quota arbitraria q_{rif}, ma comunque inferiore a tutte quelle del terreno, rientrando così nel caso 1 precedente (spianamento di solo sterro). Si impone poi che tale volume sia pari a quello del parallelepipedo avente per base la superficie di riferimento precedentemente adottata, e se ne ricava quindi l'altezza:

$$h = \frac{V_{fittizio}}{A_{totale}}$$

La quota di progetto risulta quindi pari alla somma della quota di riferimento con tale altezza:

$$q_p = q_{rif} + h$$

Si calcolano quindi le quote rosse:

$$r_i = q_p - Q_i \qquad (i = 1,2,3 \ldots, n)$$

che risulteranno sicuramente in parte positive e in parte negative. Si procede quindi come indicato al punto 2) del paragrafo precedente, verificando che i volumi di sterro e riporto siano uguali.

4. Spianamenti inclinati a giacitura assegnata di compenso

Per assegnare la giacitura del piano di progetto si utilizza la retta di massima pendenza. Deve essere nota la pendenza del piano o la quota di un punto, altrimenti esisterebbero infinite soluzioni al problema. Inizialmente, si determinano le quote dei vertici sottostanti a quelli assegnati, appartenenti ad un piano di riferimento parallelo a quello di progetto: pertanto la retta di massima pendenza di tale piano di riferimento coincide con quella del piano di progetto, ma è traslata verso il basso per avere quote sempre inferiori a quelle del terreno. Si determina quindi il volume fittizio di terreno compreso tra la superficie attuale e la superficie di riferimento inclinata precedentemente determinata. Si determinano quindi le quote rosse (tutte negative o nulle), rientrando così al caso 1 (solo sterro). Si impone poi che tale volume sia pari a quello del parallelepipedo avente per base la superficie di riferimento inclinata precedentemente adottata, e se ne ricava quindi l’altezza:

$$h = \frac{V_{fittizio}}{A_{totale}}$$

La retta di massima pendenza di progetto risulta quindi uguale a quella del piano di riferimento, ma traslata verso l’alto dell’altezza *h*. Si calcolano quindi le quote rosse effettive:

$$r_i = q_{p,i} - Q_i \qquad (i = 1,2,3 \ldots, n)$$

che risulteranno sicuramente in parte positive e in parte negative. Si individuano le zone di sterro e di riporto mediante i punti di passaggio, nei tratti dove le quote rosse hanno segno alterno, e si procede come visto per gli spianamenti orizzontali.

STRADE

1. Curve circolari

Il raggio minimo è dato dall'equazione:

$$R_{\min} = \frac{v^2}{g(f_t + p_t)}$$

con g accelerazione di gravità (9,81 m/s^2);
v velocità di progetto;
f_t, p_t coefficiente di aderenza (0,43-0,29) e pendenza trasversale (min 2,5%, max 7%).
Relazione tra angolo al centro della curva ω e angolo al vertice v:

$$\omega + v = 200 \text{ gon.}$$

Sviluppo della curva: prodotto del raggio r per l'angolo al centro espresso in radianti.

$$l = r \times \omega^{rad}$$

Relazione tra raggio r e tangente t:

$$\frac{r}{t} = \tan\frac{v}{2} = \cot\frac{\omega}{2}$$

Espressioni per il calcolo della corda c e della saetta s

$$c = 2rsen\frac{\omega}{2}, s = r\left(1 - \cos\frac{\omega}{2}\right)$$

Allargamento della carreggiata in curva:

e =K/r (K = 30-45)

2. Curve circolari condizionate

Curva passante per tre punti: è un arco della circonferenza circoscritta. Il centro è sull'intersezione degli assi dei lati ottenuti congiungendo i tre punti:

$$r = \frac{lato}{2\ sen(angolo\ opposto)}$$

Curva tangente a tre rettifili: è un arco della circonferenza ex-inscritta al triangolo ottenuto prolungando i due rettifili estremi. Il centro è sulla bisettrice dei tre angoli formati dai rettifili:

$$r = \frac{area}{semiperimetro - lato\ tangente}$$

Curva passante per un punto P: si ricava il rapporto tra il raggio e la congiungente il centro con il vertice, considerando il triangolo rettangolo formato tra il raggio e la tangente e quello ottenuto congiungendo il punto P con il centro e il vertice. Uguagliando i due rapporti si ottiene l'angolo in P, scegliendo la soluzione corretta OPV_2, da cui si ricava il raggio:

$$r = \frac{VP}{SEN(\alpha + OPV_2)} sen\,\alpha$$

3. Livellette

Le livellette sono tratti stradali a pendenza costante. Esse devono essere tracciate tenendo conto dei seguenti criteri:
- gli sterri devono approssimativamente compensare i riporti;
- le livellette non devono essere troppo corte;
- si devono evitare variazioni di livelletta all'interno di un rettifilo o di una curva;
- si deve ridurre la pendenza in corrispondenza di ponti e di tornanti;
- si devono evitare brusche variazioni di pendenza tra una livelletta e l'altra.

4. Calcolo dei volumi del solido stradale

Si calcola l'area di sterro e di riporto di tutte le sezioni trasversali, scomponendo tali superfici in triangoli e trapezi.
Si approssima il solido stradale a un prismoide, avente per basi due sezioni consecutive di area A_1 e A_2 e per altezza la distanza d tra tali sezioni. Se si considera l'area della sezione intermedia pari alla media delle due basi, la formula di Torricelli

$$V= (A_1 + 4A_m + A_2)*d/6$$

si semplifica nella formula delle sezioni ragguagliate:

$$V = \frac{A_1 + A_2}{2} d$$

Tale formula suggerisce anche un calcolo grafico dei volumi, essendo la stessa espressione dell'area del trapezio, assumendo per basi le aree e per altezza la distanza tra le sezioni (profilo delle aree).

Il calcolo si esegue considerando una coppia di sezioni successive per volta. Nel caso in cui una sezione sia di sterro e l'altra di riporto si deve determinare prima la linea di passaggio
d_s= d*A_S/(A_R+A_S) ; d_r= d*A_R/(A_R+A_S)
e quindi

V_S= A_S*d_s/2 ; V_R=A_R*dr/2
Nel caso in cui le sezioni siano miste (mezza costa) si deve suddividere in senso longitudinale il solido stradale in modo tale da avere strisce di solido che ricadono nei casi visti.

I volumi di sterro e di riporto devono essere suddivisi in due categorie, cui andranno applicati prezzi unitari diversi.
Paleggi: sono quei movimenti di terra che possono essere eseguiti senza movimenti longitudinali di materiale.
Movimenti longitudinali: quelli che necessitano di trasporto di materiale in senso longitudinale.

5. Tracciamento delle curve circolari

Può essere effettuato in diversi modi, secondo le condizioni in cui si presenta la curva. Nei vari casi si individua un certo numero *n* di picchetti equidistanziati, che suddividono la curva in *n* + 1 archi uguali cui corrisponde un angolo al centro pari a:

$$\beta = \frac{\omega}{n+1}$$

I metodi maggiormente utilizzati sono:
- per normali alla tangente, quando la curva è accessibile al suo esterno: si utilizza un sistema di assi cartesiani avente origine in un punto di tangenza, e assi X e Y diretti rispettivamente lungo il raggio e la tangente:

$$\begin{cases} x_i = r - r \cdot \cos(i \cdot \beta) \\ y_i = r \cdot sen(i \cdot \beta) \end{cases} \qquad i = 1, 2, ..., n$$

- per normali alla corda, quando la curva è accessibile al suo interno: si utilizza un sistema di assi cartesiani avente origine nel punto medio della corda, e assi X e Y diretti rispettivamente lungo la corda e la bisettrice. Se il numero di parti in cui la curva viene suddivisa è dispari, si ottiene anche il punto medio della curva, cui si attribuisce l'indice 0:

$$\begin{cases} x_i = \pm r \cdot sen(i \cdot \beta) \\ y_i = r \cdot \cos(i \cdot \beta) - r \cdot \cos\dfrac{\omega}{2} \end{cases} \qquad i = 0, 1, 2, ..., (n-1)/2$$

- con stazione totale. Si deve disporre nella zona di tracciamento di almeno due punti di coordinate note. Con il metodo di Porro di collegamento tra due stazioni si ottengono le coordinate del punto di stazione e l'angolo di disorientamento (il rilievo è iperdeterminato una volta, per cui si fa la media aritmetica di due determinazioni). Si determinano quindi le coordinate polari di ogni punto da picchettare.