



Ministero dell'Interno, dell'Università e della Ricerca

**ESAME DI STATO PER L'ABILITAZIONE ALL'ESERCIZIO
DELLA LIBERA PROFESSIONE DI GEOMETRA
- SESSIONE 2004 -**

Seconda prova scritta

Per la realizzazione di una strada pubblica deve essere espropriata una porzione di 1.000 m² di terreno da stralciare da una particella individuata al Catasto terreni del Comune di con Foglio XIV n. 56, seminativo irriguo, classe I, R.D. € 120,00, R.A. € 50,00. E' stato eseguito il rilievo planimetrico dell'intera particella i cui vertici 101,102,103,104 sono stati battuti dalla stazione 100, interna al lotto, utilizzando un teodolite integrato a graduazione centesimale destrorsa.

Per poter eseguire l'inquadrimento del rilievo nel sistema cartografico catastale si sono inoltre collimati i punti fiduciali PF01, PF02, PF03 di coordinate (Est; Nord) note:

PF01 (2.216,000; 6.570,000) m

PF02 (2.300,338; 6.365,164) m

PF03 (2.030,211; 6.284,385) m

Si è compilato il seguente libretto delle misure:

Punto di stazione	Punti battuti	Lecture al C. O. (g)	Distanza orizzontale (m)	Note
100	101	20,7510	65,372	Vertice di confine
	102	76,2730	86,224	c.s.
	103	161,6420	61,760	c.s.
	104	326,1800	43,203	c.s.
	PF01	0,0000	159,300	Spigolo di fabbricato
	PF02	106,7010	138,100	Termine lapideo
	PF03	234,5230	194,212	Spigolo di recinzione

Il candidato:

1. Calcoli le coordinate cartesiane (x,y) dei punti del rilievo rispetto ad un sistema di riferimento locale di comodo avente origine nella stazione 100.
2. Proceda al frazionamento della particella con una dividente parallela al lato 102,103, tale da staccare una superficie di 1.000,00 m².
3. Determini l'indennità di esproprio spettante al proprietario coltivatore diretto ed il corrispettivo per la cessione volontaria, motivando i dati che assume per

*Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca*

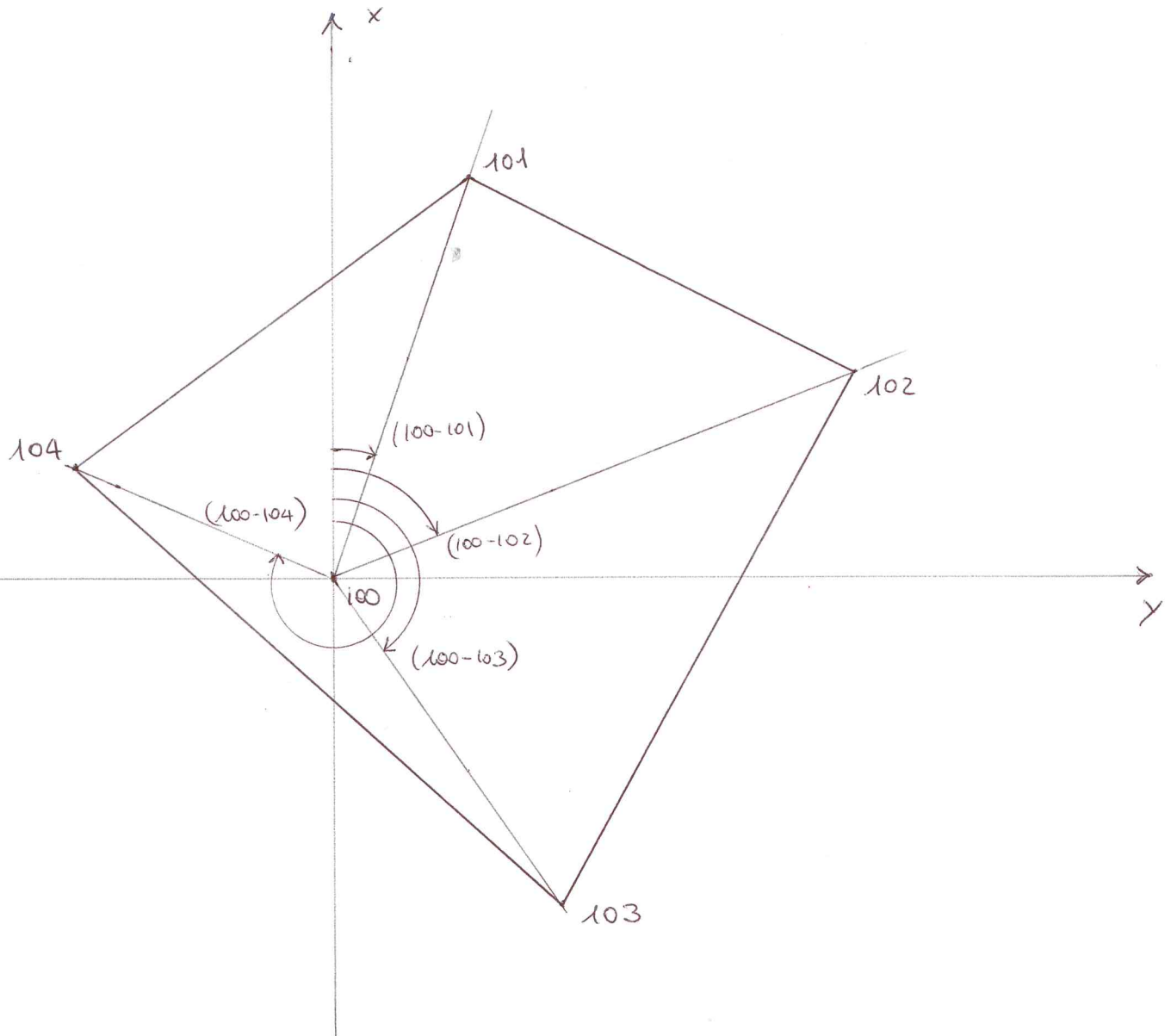
rispondere al quesito e considerando che l'area rientra in una zona di espansione urbana fabbricabile, con un indice di edificabilità pari a $1 \text{ m}^3/\text{m}^2$.

4. Indichi quali elaborati occorre presentare per il frazionamento all'Ufficio provinciale dell'Agenzia del Territorio.
5. Calcoli l'angolo di disorientamento tra il sistema di riferimento locale (x,y) ed il sistema di riferimento generale catastale (E; N);
6. Calcoli le coordinate cartografiche catastali (E, N) della stazione 100, dei vertici della particella e degli estremi della linea dividente.

Tempo assegnato per lo svolgimento della prova: 8 ore

Durante la prova è consentita soltanto la consultazione di manuali tecnici e l'uso di strumenti di calcolo non programmabili e non stampanti.

SVOLGIMENTO SECONDA PROVA - ANNO 2004



1 - CALCOLO COORDINATE

$$\begin{aligned} x_{101} &= \overline{100-101} \cdot \sin(100-101) \\ &= 65,372 \cdot \sin 20,7510 \\ &= 20,9331 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_{101} &= \overline{100-101} \cdot \cos(100-101) \\ &= 65,372 \cdot \cos 20,7510 \\ &= 61,9298 \end{aligned}$$

STAZ.	P. B.	ANGOLO	DIST. ORIZ.
100	101	20,7510	65,372
	102	76,2730	86,224
	103	161,6420	61,760
	104	326,1800	43,203

$$x_{102} = 100-102 \cdot \sin(100-102) = 86,224 \cdot \sin 76,2730 = 80,3044 \text{ m}$$

$$y_{102} = 100-102 \cdot \cos(100-102) = 86,224 \cdot \cos 76,2730 = 31,3971 \text{ m}$$

$$x_{103} = 100-103 \cdot \sin(100-103) = 61,760 \cdot \sin 161,6420 = 35,0009 \text{ m}$$

$$y_{103} = 100-103 \cdot \cos(100-103) = 61,760 \cdot \cos 161,6420 = -50,8845 \text{ m}$$

$$X_{104} = 100 - 104 \cdot \sin 100 - 104 = 43,203 \cdot \sin 326,1800 = -39,6011 \text{ m}$$

$$Y_{104} = 100 - 104 \cdot \cos 100 - 104 = 43,203 \cdot \cos 326,1800 = 17,2700 \text{ m}$$

2 - CALCOLO LATI DELLA PARTICELLA

$$\begin{aligned} \overline{101-102} &= \sqrt{(X_{102} - X_{101})^2 + (Y_{102} - Y_{101})^2} = \\ &= \sqrt{(80,3044 - 20,9331)^2 + (31,3971 - 61,9298)^2} = \sqrt{59,3713^2 + (-30,5327)^2} \\ &= \sqrt{4457,197033} = 66,7622 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{102-103} &= \sqrt{(X_{103} - X_{102})^2 + (Y_{103} - Y_{102})^2} = \\ &= \sqrt{(35,0009 - 80,3044)^2 + (-50,8845 - 31,3971)^2} = \\ &= \sqrt{(-45,3035)^2 + (-82,2816)^2} = \sqrt{8822,668811} = 93,9291 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{103-104} &= \sqrt{(X_{104} - X_{103})^2 + (Y_{104} - Y_{103})^2} = \\ &= \sqrt{(-39,6011 - 35,0009)^2 + (17,2700 + 50,8845)^2} = \\ &= \sqrt{(-74,602)^2 + (68,1545)^2} = \sqrt{10210,49427} = 101,0470 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{104-101} &= \sqrt{(X_{101} - X_{104})^2 + (Y_{101} - Y_{104})^2} = \\ &= \sqrt{(20,9331 - (-39,604))^2 + (61,9298 - 17,2700)^2} = \\ &= \sqrt{60,5371^2 + 44,6598^2} = \sqrt{5659,2382} = 75,2279 \text{ m} \end{aligned}$$

3 - CALCOLO ANGOLI INTERNI PARTICELLA

Gli angoli interni della poligonale si ottengono per differenza di azimut dei vertici della poligonale o meglio della differenza dell'azimut di ritorno - azimut di andata

3a CALCOLO AZIMUT DI ANDATA E DI RITORNO

$$\begin{aligned} (101-102) &= \arctan \left(\frac{X_{102} - X_{101}}{Y_{102} - Y_{101}} \right) + 200 \\ &= \arctan \left(\frac{80,3044 - 20,9331}{31,3971 - 61,9298} \right) + 200 = \arctan \left(\frac{59,3713}{-30,5327} \right) + 200 \\ &= \arctan (-1,944515225) + 200 = -69,7608 + 200 = 130,2392 \end{aligned}$$

$$(102-101) = (101-102) + 200 = 330,2392$$

$$\begin{aligned}
 (102-103) &= \arctan \left(\frac{x_{103} - x_{102}}{y_{103} - y_{102}} \right) + 200 = \\
 &= \arctan \left(\frac{35,0009 - 80,3044}{-50,8845 - 31,3971} \right) + 200 = \arctan \frac{-45,3035}{-82,2816} + 200 \\
 &= \arctan 0,550590897 + 200 = 32,0409 + 200 = 232,0409
 \end{aligned}$$

$$(103-102) = (102-103) - 200 = 232,0409 - 200 = 32,0409$$

$$\begin{aligned}
 (103-104) &= \arctan \left(\frac{x_{104} - x_{103}}{y_{104} - y_{103}} \right) + 400 = \\
 &= \arctan \left[\frac{-39,6011 - 35,0009}{17,2700 - (-50,8845)} \right] + 400 = \arctan \frac{-74,602}{68,1545} + 400 \\
 &= \arctan -1,094601237 + 400 = -52,8733 + 400 = 347,1267
 \end{aligned}$$

$$(104-103) = (103-104) - 200 = 147,1267$$

$$\begin{aligned}
 (104-101) &= \arctan \left(\frac{x_{101} - x_{104}}{y_{101} - y_{104}} \right) = \arctan \frac{20,9331 - (-39,6011)}{61,9298 - 17,2700} \\
 &= \arctan \frac{60,5342}{44,6598} = \arctan 1,355451659 = 59,5350
 \end{aligned}$$

$$(101-104) = (104-101) + 200 = 59,5350 + 200 = 259,5350$$

3b - CALCOLO ANGOLI INTERNI PARTICELLA (fare la somma x 1 controllare che esce 400°)

$$\hat{\alpha}_1 = (101-104) - (101-102) = 259,5350 - 130,2392 = 129,2958$$

$$\hat{\alpha}_2 = (102-101) - (102-103) = 330,2392 - 232,0409 = 98,1983$$

$$\hat{\alpha}_3 = 400 - (103-104) + (103-102) = 400 - 347,1267 + 32,0409 = 84,9142$$

$$\hat{\alpha}_4 = (104-103) - (104-101) = 147,1267 - 59,5350 = 87,5917$$

4 - CALCOLO AREA PARTICELLA

Posso calcolare area particella con la formula di Gauss o con la somma ^{delle aree} di dei triangoli interni che costituiscono la particella

Formula di Gauss

$$\begin{aligned}
 Area &= \frac{1}{2} y_{101}(x_{102} - x_{104}) + y_{102}(x_{103} - x_{101}) + y_{103}(x_{104} - x_{102}) + \\
 &+ y_{104}(x_{101} - x_{103})
 \end{aligned}$$

	X	Y
101	20,9331	61,9298
102	80,3044	31,3971
103	35,0009	-50,8845
104	-39,6011	17,2700

$$\begin{aligned}
 Area &= \frac{1}{2} \cdot 61,9298 (80,3044 + 39,6011) + 31,3971 (35,0009 - 20,9331) + \\
 &\quad + (-50,8845) (-39,6011 - 80,3044) + 17,2700 (61,9298 + 50,8845) \\
 &= \frac{1}{2} 61,9298 \cdot 119,9055 + 31,3971 \cdot 14,0678 + (-50,8845) \cdot (-119,9055) \\
 &\quad + 17,2700 \cdot 112,8143 = \\
 &= \frac{1}{2} 7425,7236 + 441,6881 + 6101,3314 + 1948,3030 \\
 &= \frac{1}{2} \cdot 15917,0461 = 7958,52 \text{ mq} -
 \end{aligned}$$

5 - CALCOLO POSIZIONE VERTICI NUOVA DIVIDENTE

Prolungo i lati $\overline{101-102}$ e $\overline{104-103}$ fino a determinare il punto di intersezione V .

Considero il triangolo $102 \hat{V} 103$ e lo risolvo -

$$\overline{102-103} = 93,9291 \text{ m}$$

$$\hat{102} = 98,1983$$

$$\hat{103} = 84,9192$$

$$W = 200 - 98,1983 - 84,9192 = 16,8825$$

Con il teorema dei seni calcolo i lati $\overline{V102}$ e $\overline{V103}$

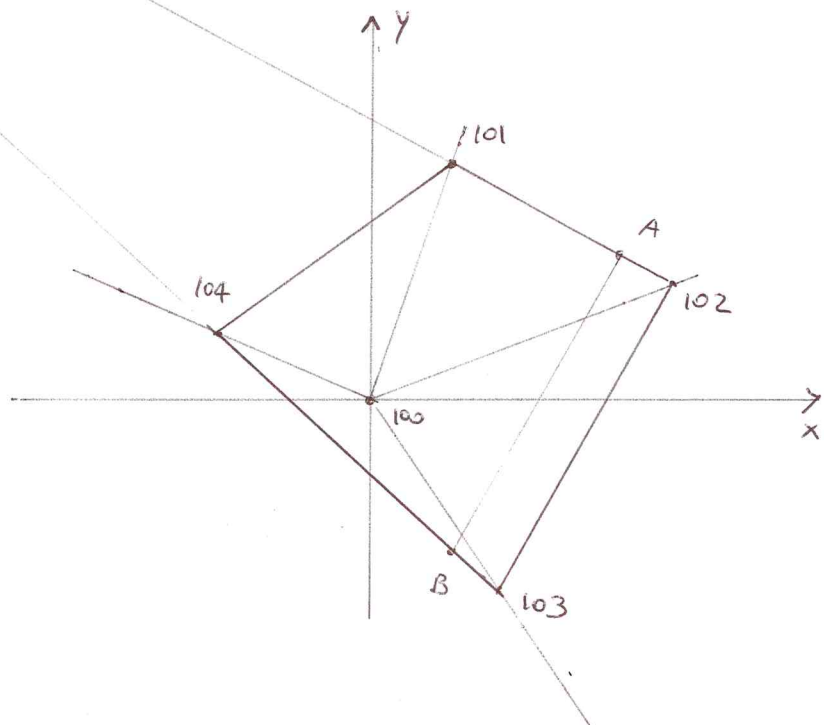
$$\frac{\overline{102-103}}{\text{sen } W} = \frac{\overline{V102}}{\text{sen } \hat{103}} = \frac{\overline{V103}}{\text{sen } \hat{102}}$$

$$\begin{aligned}
 \overline{V102} &= \frac{\overline{102-103} \cdot \text{sen } \hat{103}}{\text{sen } W} \\
 &= 348,3731 \text{ m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \overline{V103} &= \frac{\overline{102-103} \cdot \text{sen } \hat{102}}{\text{sen } W} \\
 &= 358,2382 \text{ m}
 \end{aligned}$$

Calcolo Area $102 \hat{V} 103$

$$\begin{aligned}
 Area &= \frac{\overline{V102} \cdot \overline{V103} \cdot \text{sen } W}{2} \\
 &= \frac{348,3731 \cdot 358,2382 \cdot \text{sen } 16,8825}{2} = 16354,6339 \text{ mq} -
 \end{aligned}$$



Applicando la teoria dei triangoli simili, ovvero triangoli aventi stessi angoli e lati in proporzione considero il triangolo $\hat{102}\hat{V}\hat{103}$ simile al triangolo $\hat{A}\hat{V}\hat{B}$.

$$\begin{aligned} \text{Area } \hat{A}\hat{V}\hat{B} &= \text{Area } \hat{102}\hat{V}\hat{103} - 1000 \text{ mq} - \\ &= 16354,6339 - 1000,00 \text{ mq} - \\ &= 15354,6339 \text{ mq} - \end{aligned}$$

$$\frac{\text{Area } \hat{102}\hat{V}\hat{103}}{\text{Area } \hat{A}\hat{V}\hat{B}} = \frac{\overline{V_{102}}^2}{\overline{V_A}^2} = \frac{\overline{V_{103}}^2}{\overline{V_B}^2}$$

$$\begin{aligned} \overline{V_A} &= \sqrt{\frac{\overline{V_{102}}^2 \cdot \text{Area } \hat{A}\hat{V}\hat{B}}{\text{Area } \hat{102}\hat{V}\hat{103}}} = \sqrt{\frac{348,3721^2 \cdot 15354,6339}{16354,6359}} = \sqrt{113943,0566} \\ &= 337,5545 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{V_B} &= \sqrt{\frac{\overline{V_{103}}^2 \cdot \text{Area } \hat{A}\hat{V}\hat{B}}{\text{Area } \hat{102}\hat{V}\hat{103}}} = \sqrt{\frac{358,2382^2 \cdot 15354,6339}{16354,6359}} = \sqrt{120487,6204} \\ &= 347,1133 \text{ m} \end{aligned}$$

Per differenza calcolo $\overline{A_{102}}$ e $\overline{B_{103}}$

$$\overline{A_{102}} = \overline{V_{102}} - \overline{V_A} = 348,3721 - 337,5542 = 10,8189 \text{ m}$$

$$\overline{B_{103}} = \overline{V_{103}} - \overline{V_B} = 358,2382 - 347,1133 = 11,1249 \text{ m}$$

CALCOLO COORDINATE PUNTO A e B

$$\begin{aligned} X_A &= X_{102} + \overline{A_{102}} \cdot \sin(102-101) = 80,3044 + 10,8189 \cdot \sin 330,2392 \\ &= 70,6832 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y_A &= Y_{102} + \overline{A_{102}} \cdot \cos(102-101) = 31,3971 + 10,8189 \cdot \cos 330,2392 \\ &= 36,3449 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X_B &= X_{103} + \overline{B_{103}} \cdot \sin(103-104) = 35,0009 \cdot 11,1249 \cdot \sin 347,1267 \\ &= 26,7875 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y_B &= Y_{103} + \overline{B_{103}} \cdot \cos(103-104) = -50,8845 + 11,1249 \cdot \cos 347,1267 \\ &= -43,3809 \text{ m} \end{aligned}$$

6 - CALCOLO COORDINATE PF RISPETTO ALLA STAZIONE 100

$$\begin{aligned} X_{PF01} &= \overline{100PF01} \cdot \sin(100PF01) \\ &= 159,300 \cdot \sin 0 \\ &= 0 \text{ m} \end{aligned}$$

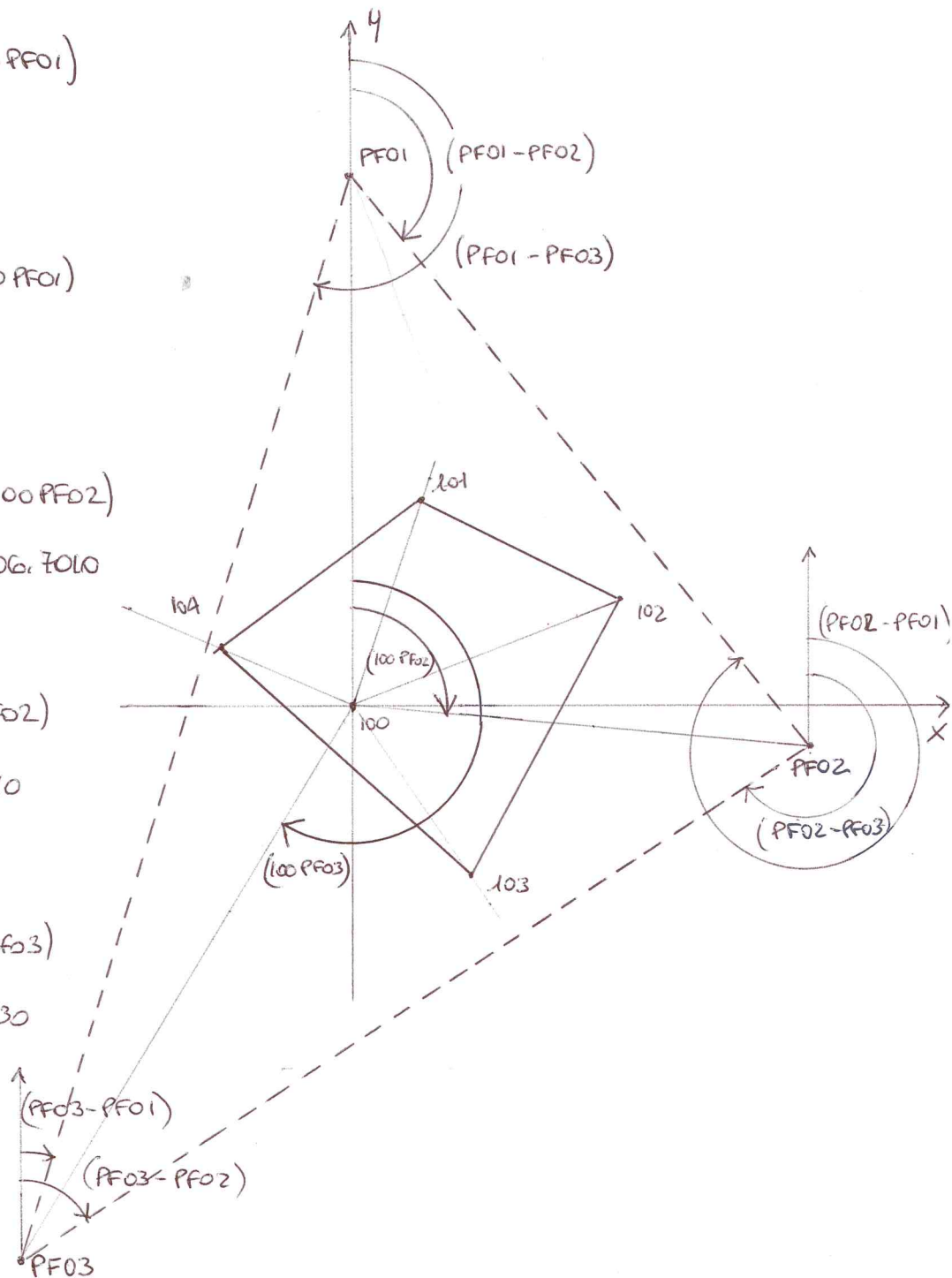
$$\begin{aligned} Y_{PF01} &= \overline{100PF01} \cdot \cos(100PF01) \\ &= 159,300 \cdot \cos 0 \\ &= 159,30 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X_{PF02} &= \overline{100PF02} \cdot \sin(100PF02) \\ &= 138,100 \cdot \sin 106,7010 \\ &= 137,3357 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y_{PF02} &= \overline{100PF02} \cdot \cos(100PF02) \\ &= 138,100 \cdot \cos 106,7010 \\ &= -14,5094 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X_{PF03} &= \overline{100PF03} \cdot \sin(100PF03) \\ &= 194,212 \cdot \sin 234,5230 \\ &= -100,2319 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y_{PF03} &= \overline{100PF03} \cdot \cos(100PF03) \\ &= 194,212 \cdot \cos 234,5230 \\ &= -166,3486 \end{aligned}$$



7 - CALCOLO ANGOLO DI DISORIENTAMENTO (δ)

L'angolo di disorientamento è dato dalla differenza di azimut tra il sistema di riferimento locale (x;y) ed il sistema di riferimento generale catastale (E;N)

$$\begin{aligned} \underset{\text{contenore}}{(PFO1 - PFO2)} &= \arctan \left(\frac{X_{PFO2} - X_{PFO1}}{Y_{PFO2} - Y_{PFO1}} \right) + 200 = \arctan \left(\frac{137,3357 - 0}{-14,5094 - 159,30} \right) + 200 \\ &= \arctan -0,790151165 + 200 = -42,5712 + 200 \\ &= 157,4288 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underset{\text{catastale}}{(PFO1 - PFO2)} &= \arctan \left(\frac{E_{PFO2} - E_{PFO1}}{N_{PFO2} - N_{PFO1}} \right) = \overset{\arctan}{\left(\frac{2360,338 - 2216,000}{6365,164 - 6570,000} \right)} + 200 \\ &= \arctan -0,411734265 + 200 \\ &= -24,8652 + 200 = 175,1348 \end{aligned}$$

$$\text{ANGOLO DI DISORIENTAMENTO} = 175,1348 - 157,4288 = 17,7060$$

8 - CALCOLO COORDINATE CATASTALI STAZIONE 100

$$\begin{aligned} E_{100} &= E_{PFO1} + PFO1-100 \cdot \sin(\theta(PFO1-100) + \delta) \\ &= 2216,00 + 159,300 \cdot \sin(200 + 17,7060) \\ &= 2216,00 + 159,300 \cdot \sin 217,7060 = 2172,2636 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_{100} &= N_{PFO1} + PFO1-100 \cdot \cos(\theta(PFO1-100) + \delta) \\ &= 6570,00 + 159,300 \cdot \cos 217,7060 = 6416,8216 \text{ m} \end{aligned}$$

9 - CALCOLO COORDINATE CATASTALI VERTICI 101-102-103-104 E VERTICI NUOVA DIVIDENTE A e B

Le coordinate catastali dei vertici 101-102-103-104 vengono calcolate in funzione delle coordinate catastali (E,N) della stazione 100. Le coordinate catastali del punto A vanno calcolate rispetto alle coordinate catastali (E,N) del punto 102, mentre le coordinate catastali (E,N) del punto B vanno calcolate rispetto alle coordinate catastali E,N del punto 103.

$$\begin{aligned}
 E_{101} &= E_{100} + \overline{100-101} \cdot \sin(\theta_{(100-101)} + \delta) = \\
 &= 2172,2636 + 65,372 \cdot \sin(20,7510 + 17,7060) = \\
 &= 2172,2636 + 65,372 \cdot \sin 38,457 = 2209,3953 \text{ m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 N_{101} &= N_{100} + \overline{100-101} \cdot \cos(\theta_{(100-101)} + \delta) = \\
 &= 6416,8216 + 65,372 \cdot \cos 38,457 = 6470,6243 \text{ m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E_{102} &= E_{100} + \overline{100-102} \cdot \sin(\theta_{(100-102)} + \delta) = \\
 &= 2172,2636 + 86,224 \cdot \sin(76,2730 + 17,7060) = \\
 &= 2172,2636 + 86,224 \cdot \sin 93,979 = 2258,1023
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 N_{102} &= N_{100} + \overline{100-102} \cdot \cos(\theta_{(100-102)} + \delta) = \\
 &= 6416,8216 + 86,224 \cdot \cos 93,979 = 6424,9643 \text{ m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E_A &= E_{102} + \overline{102-101} \cdot \sin(\theta_{(102-101)} + \delta) = \\
 &= 2258,1023 + 10,8189 \cdot \sin(330,2392 + 17,7060) = \\
 &= 2258,1023 + 10,8189 \cdot \sin 347,9452 = 2250,2093 \text{ m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 N_A &= N_{102} + \overline{102-101} \cdot \cos(\theta_{(102-101)} + \delta) = \\
 &= 6424,9643 + 10,8189 \cdot \cos 347,9452 = 6432,3636 \text{ m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E_{103} &= E_{100} + \overline{100-103} \cdot \sin(\theta_{(100-103)} + \delta) = \\
 &= 2172,2636 + 61,760 \cdot \sin(161,6420 + 17,7060) = \\
 &= 2172,2636 + 61,760 \cdot \sin 179,348 = 2191,9490 \text{ m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 N_{103} &= N_{100} + \overline{100-103} \cdot \cos(\theta_{(100-103)} + \delta) = \\
 &= 6416,8216 + 61,760 \cdot \cos 179,348 = 6358,2829 \text{ m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E_B &= E_{103} + \overline{103-104} \cdot \sin(\theta_{(103-104)} + \delta) = \\
 &= 2191,9490 + 11,1249 \cdot \sin(347,1267 + 17,7060) = \\
 &= 2191,9490 + 11,1249 \cdot \sin 364,8327 = 2186,1113 \text{ m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 N_B &= N_{103} + \overline{103-104} \cdot \cos(\theta_{(103-104)} + \delta) = \\
 &= 6358,2829 + 11,1249 \cdot \cos 364,8327 = 6367,7531 \text{ m}
 \end{aligned}$$

$$E_{104} = E_{100} + \overline{100-104} \cdot \sin(\theta_{(100-104)} + \delta)$$

$$= 2172,2636 + 43,203 \cdot \sin(326^{\circ}18'00'' + 17^{\circ}10'00'')$$

$$= 2172,2636 + 43,203 \cdot \sin 343^{\circ}88'6'' = 2138,9259 \text{ m}$$

$$N_{104} = N_{100} + \overline{100-104} \cdot \cos(\theta_{(100-104)} + \delta)$$

$$= 6416,8216 + 43,203 \cdot \cos 343^{\circ}88'6'' = 6444,3006 \text{ m}$$

