

# RILIEVI PLANIMETRICI

Indice

RILIEVI TOPOGRAFICI

CONTROLLO E COMPENSAZIONE RETI DI INQUADRAMENTO

SCHEMI GEOMETRICI RETI DI INQUADRAMENTO

TRIANGOLAZIONI

INTERSEZIONI

POLIGONAZIONI

ARTIFICI TOPOGRAFICI

ORIENTAMENTO DI UN RILIEVO DI DETTAGLIO

SISTEMI CARTOGRAFICI

Si definisce rilievo topografico, l'insieme delle operazioni di misura e dei procedimenti che è necessario effettuare al fine di realizzare una rappresentazione grafica di una porzione di superficie terrestre. I rilievi topografici possono essere:

- ❖ planimetrici
- ❖ altimetrici
- ❖ completi - planoaltimetrici

I metodi di rilievo planimetrico, consentono di individuare, la posizione del punto proiezione sulla superficie di riferimento adottata (ellissoide, campo topografico), mediante coordinate cartesiane o geografiche (latitudine e longitudine)



Il principio che sovrintende il rilievo di un territorio e la sua successiva rappresentazione, consiste inizialmente nel determinare con estrema precisione la posizione di un numero sufficiente di punti, a cui successivamente appoggiare le misure necessarie per definire la geometria dell'oggetto rilevato

Rilievi topografici

I diversi metodi operativi, nella esecuzione di un rilievo, sottostanno in definitiva a due aspetti fondamentali del progetto di rilevamento:

- ❖ estensione del territorio rilevato
- ❖ scala di rappresentazione



Un rilievo topografico viene quindi progettato e realizzato in due fasi ben distinte:

❖ RILIEVO DI INQUADRAMENTO O DI APPOGGIO

❖ RILIEVO DEI PARTICOLARI O DI DETTAGLIO

I punti necessari a definire una rappresentazione cartografica, che costituisce lo scopo primario di un rilievo topografico, possono essere quindi distinti in due categorie:

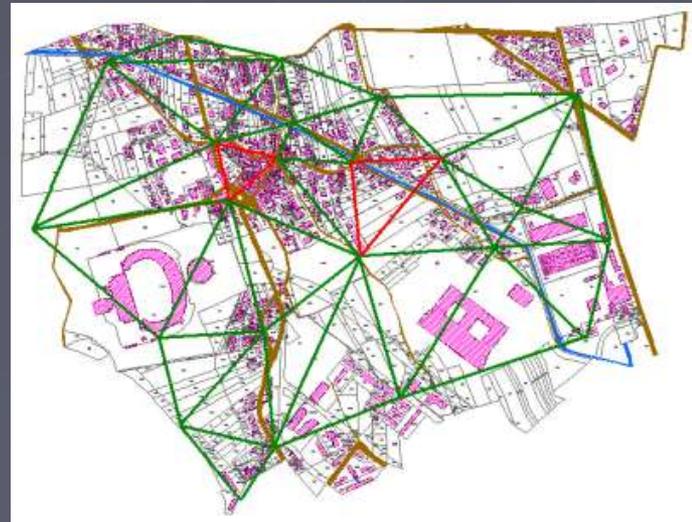
- ✓ punti di **inquadramento o di appoggio**
- ✓ punti di **dettaglio**



I punti di inquadramento o di appoggio, di coordinate note, formano una rete (rilievo di appoggio o di inquadramento) che costituisce la struttura portante delle successive fasi di rilievo. Generalmente i punti di appoggio sono in numero abbastanza limitato e omogeneamente distribuiti su tutta la zona da rilevare. Sono posizionati in modo tale da consentirne una buona visibilità e l'accessibilità per eseguire le misure. I vertici di coordinate note assolvono ad una duplice funzione:

- ❖ permettono di inserire in maniera corretta il rilievo nella cartografia nazionale
- ❖ migliorano la precisione del successivo rilievo di dettaglio

Rilievi topografici



I punti di dettaglio sono quelli ritenuti necessari per fornire una corretta descrizione di tutti i particolari morfologici della zona rilevata. La posizione dei punti di dettaglio, che costituiscono la grande maggioranza dei punti rilevati, si ottiene collegandoli con misure angolari o lineari ad uno o più punti della rete di inquadramento. Le operazioni di rilievo e successivo calcolo delle coordinate dei punti di dettaglio sono molto più semplici di quelle impiegate per il rilievo dei punti di appoggio

Rilievi topografici



Il punto sul quale viene messo lo strumento si chiama punto di stazione. La sua materializzazione può essere costituita da una borchia metallica infissa nella pavimentazione stradale, da una borchia cementata in un piccolo pilastro in cemento armato, oppure da un punto non materializzato ma ben individuabile, come ad esempio l'incrocio di due assi stradali o l'angolo di una tessera di un pavimento.

I punti battuti dalla stazione possono essere individuati in vari modi; - da elementi artificiali o naturali (punta di un campanile, spigolo di una finestra, ...); da elementi metallici o picchetti che vengono resi visibili da lontano con opportuni segnali quali paline, prismi riflettenti, ...





La scelta dei punti da rilevare viene fatta dopo aver eseguito una attenta ricognizione sul territorio. Dei punti scelti viene redatta una apposita monografia corredata da schizzo grafico o fotografia. I punti devono essere successivamente identificati. La scelta più semplice è quella di tipo numerico con andamento progressivo, ma può essere convenientemente adottata solo per pochi punti. In caso contrario, pur mantenendosi una numerazione progressiva questa è collegata al nome della stazione da cui i punti sono stati rilevati. Il nome della stazione è sempre multiplo di 100

L'organizzazione di un rilievo si compone delle seguenti fasi:

- ✓ raccolta delle informazioni
- ✓ ricognizione
- ✓ progetto
- ✓ esecuzione
- ✓ elaborazione dei dati
- ✓ restituzione grafica
- ✓ collaudo



Gli errori commessi nella determinazione della posizione di un punto di inquadramento sono più gravi di quelli commessi nella esecuzione di un rilievo di dettaglio, perché si trasmettono dal punto di appoggio a tutti i punti di dettaglio rilevati dal punto stesso.

Nei punti di dettaglio si avranno, oltre a eventuali errori di misura, anche gli errori dovuti all'errata posizione del punto di inquadramento. Per ottenere un'adeguata precisione nell'esecuzione delle reti di inquadramento è quindi necessario:

- ❖ Realizzare schemi geometrici dei rilievi di appoggio particolarmente rigidi
- ❖ Eseguire misure sovrabbondanti

La sovrabbondanza delle misure permette di determinare l'errore e nel caso in cui tale errore risulti inferiore alla tolleranza prevista, procedere nella compensazione dell'errore stesso



In funzione delle modalità con cui vengono collegati tra loro i punti di una rete di appoggio o di inquadramento si hanno:

- ❖ **TRIANGOLAZIONI**
- ❖ **INTERSEZIONI**
- ❖ **POLIGONAZIONI**
- ❖ **SISTEMA SATELLITARE GPS**



Ideate all'inizio del XVII sec. dal geodeta olandese Snellius, consistono in una serie di punti di coordinate note collegati fra loro da una successione continua di triangoli sufficientemente regolari (prossimi cioè alla forma equilatera) e aventi a due a due un lato in comune



## IN BASE ALL'ESTENSIONE

### geodetiche

Si sviluppano in campo geodetico, superficie di riferimento ellissoide o sfera locale, con lunghezza dei lati superiore ai 10 km.

### topografiche o tecniche

Si sviluppano nel campo topografico (triangolazioni piane) e i lati che le compongono hanno una lunghezza compresa tra 1 - 10 km.

## IN BASE ALLA FORMA

### a catena

Il passaggio da un triangolo ad un altro può avvenire solo in un modo

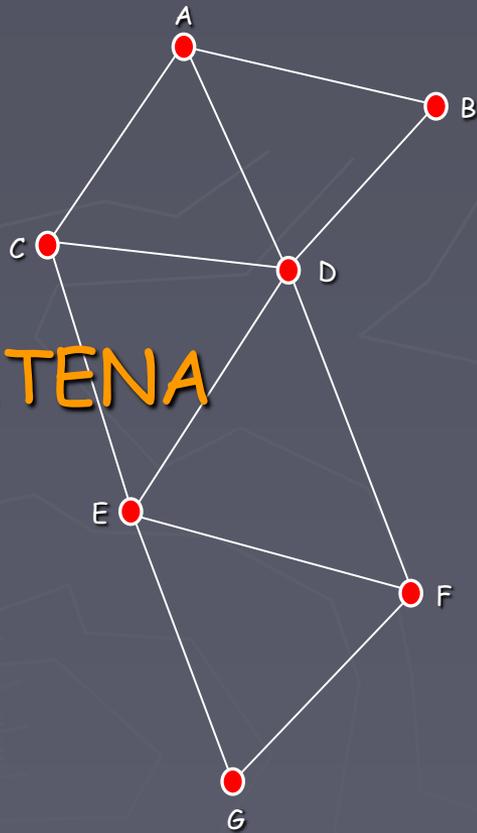
### a rete

Esistono più vie per passare tra i vari triangoli

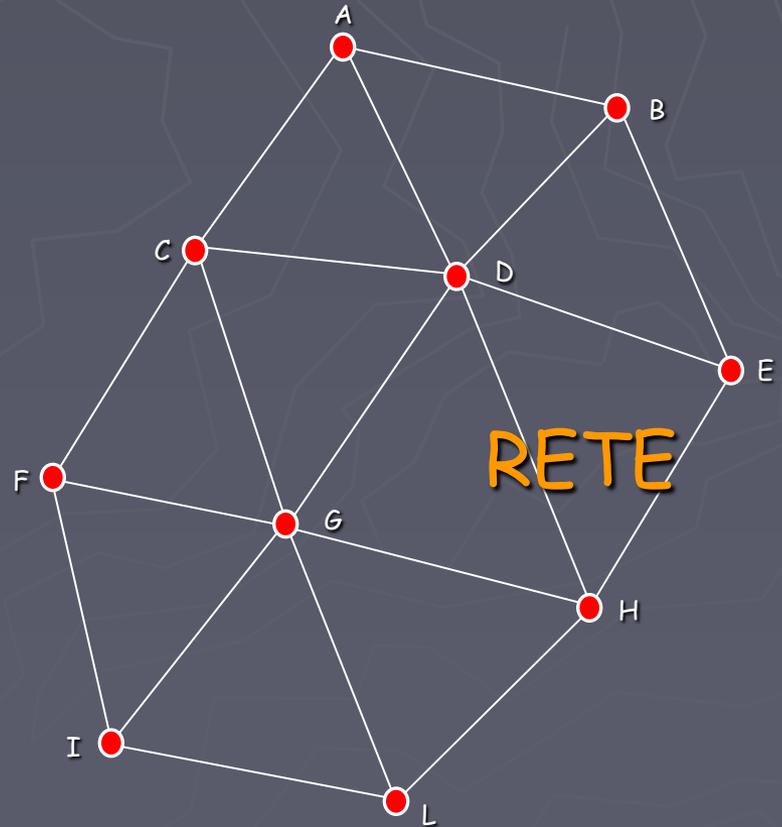


Triangolazioni  
Classificazione

CATENA



RETE



## IN BASE ALL'ORIENTAMENTO

### orientate

Sono orientate se è possibile determinare le coordinate cartesiane dei vertici rispetto ad un sistema di riferimento assoluto (ad esempio IGM o Catastale).

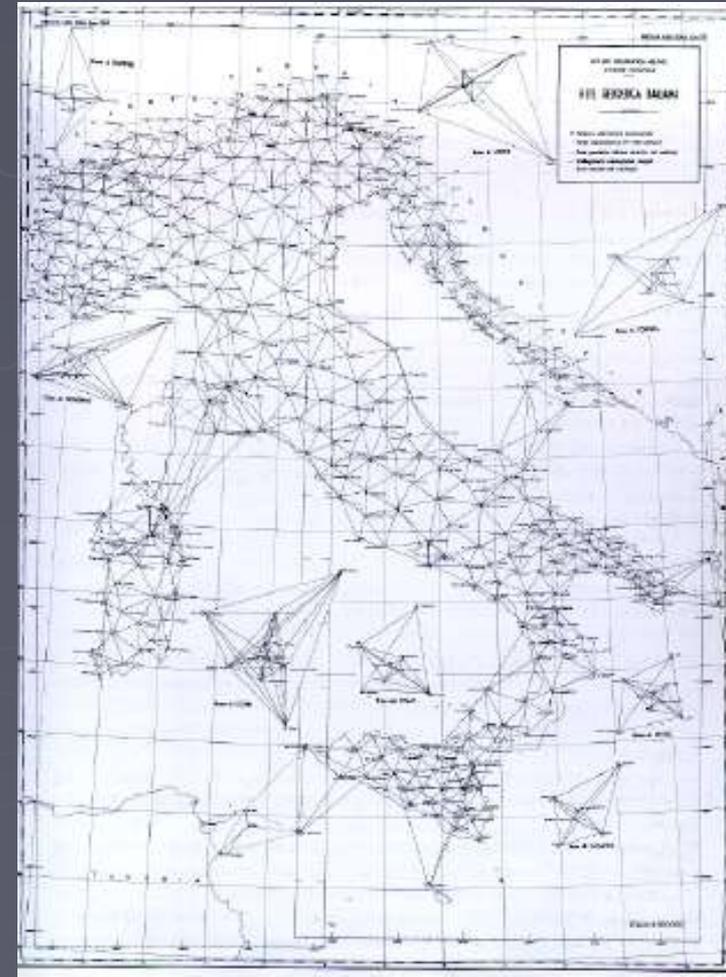
### non orientate

Sono non orientate se le coordinate dei vertici sono calcolate rispetto ad un sistema di riferimento locale



Triangolazione  
IGM

Nei primi anni del XX sec. (la prima ricognizione si concluse nel 1919), per la formazione della Carta d'Italia in scala 1:100000, l'IGM, eseguì una triangolazione sull'intero territorio nazionale. Per la realizzazione di questa rete fondamentale furono misurate 8 distanze (basi) e posizionati circa 300 punti, chiamati vertici trigonometrici di 1° ordine, situati a distanze variabili tra 30 e 60 km. In seguito alla rete di primo ordine furono, con successive operazioni di raffittimento, aggiunti altri punti di 2°, 3°, 4° ordine creando una gerarchia di reti collegate alla prima



Triangolazione  
IGM

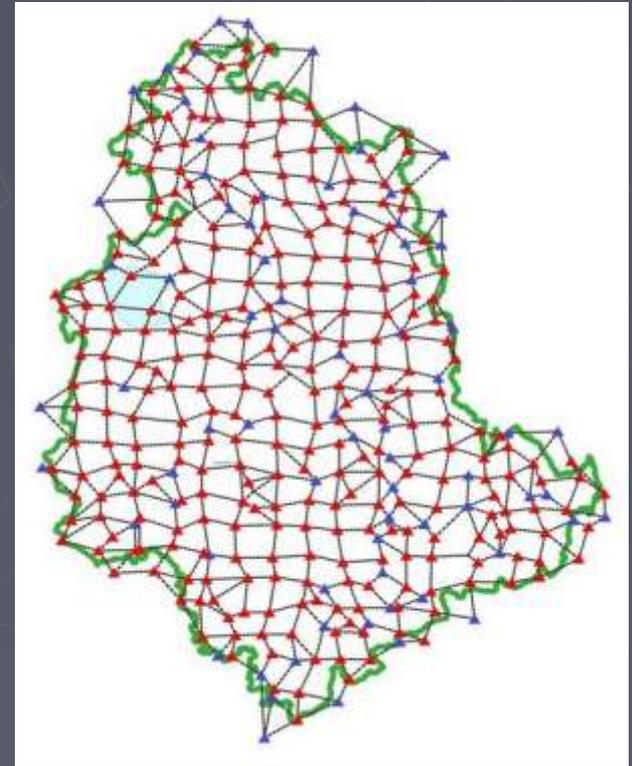


Triangolazione  
IGM95

Da 1992, IGM ha iniziato un importante progetto strategico relativo all'istituzione e alla determinazione di una nuova rete geodetica fondamentale, anch'essa uniformemente distribuita sull'intero territorio, denominata IGM95. La nuova rete è stata interamente determinata con l'impiego di tecniche differenziali GPS. Essa risulta inoltre collegata alle reti "classiche" di triangolazione e livellazione. La rete IGM95 consta ad oggi di oltre 2000 punti caratterizzati da elevata precisione ed aventi una interdistanza media di circa 20 km. E' attualmente in corso un raffittimento, realizzato in collaborazione con le Regioni, che porterà ad una densità media di un punto ogni 7 km

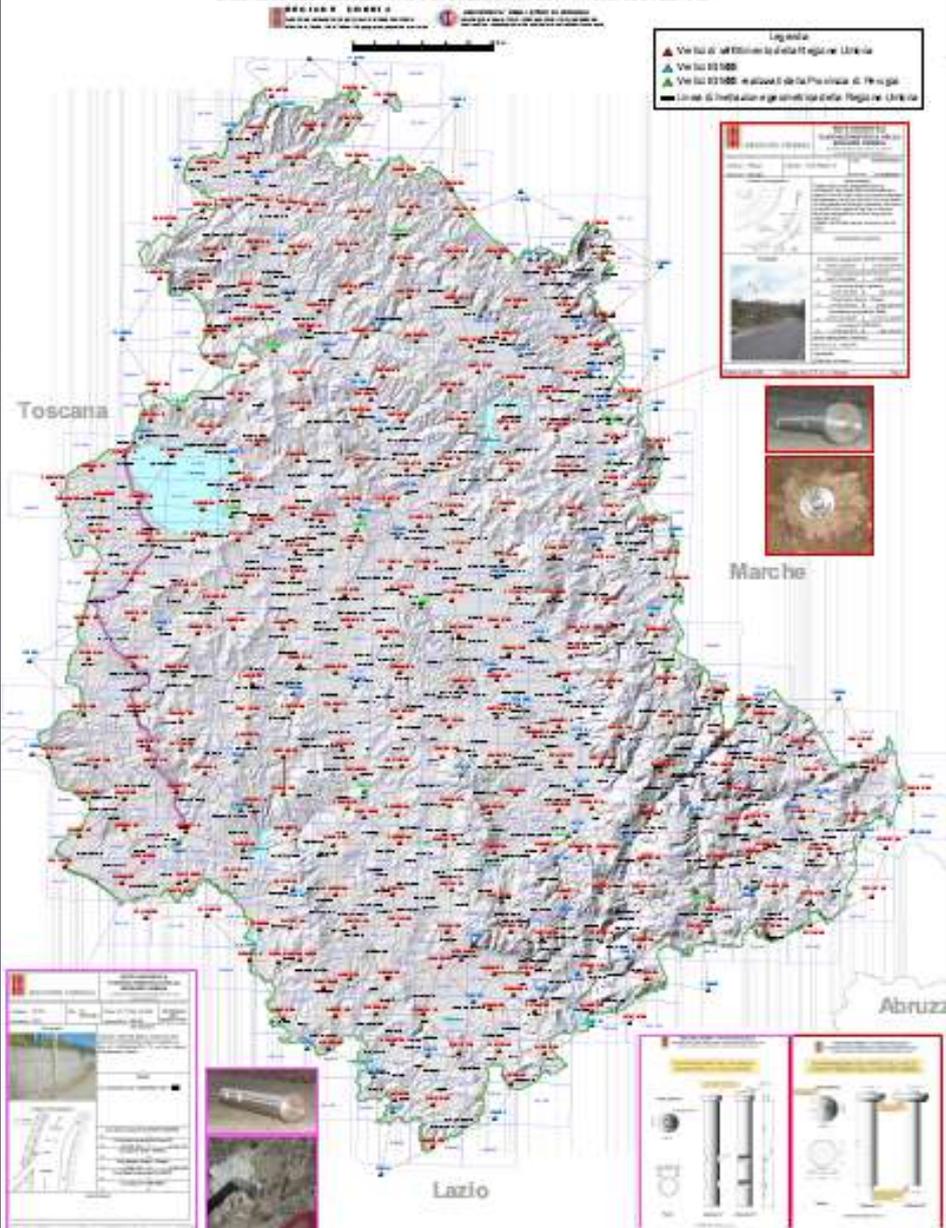


La rete geodetica della Regione Umbria costituisce un raffittimento della rete fondamentale IGM95 e nella sua configurazione definitiva è costituita da 294 nuovi vertici che si aggiungono agli 87 vertici IGM95 esistenti, per un totale di 381 punti uniformemente distribuiti sul territorio regionale. I vertici hanno una interdistanza media di 5,5 Km



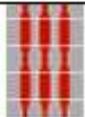
# RETE GEODETICA PLANOALTIMETRICA DELLA REGIONE UMBRIA

DI RAFFINAMENTO DELLA RETE FONDAMENTALE IGM95  
E LINEA DI LIVELLAZIONE GEOMETRICA DI NUOVA ISTITUZIONE



Triangolazioni

L'esempio Umbria

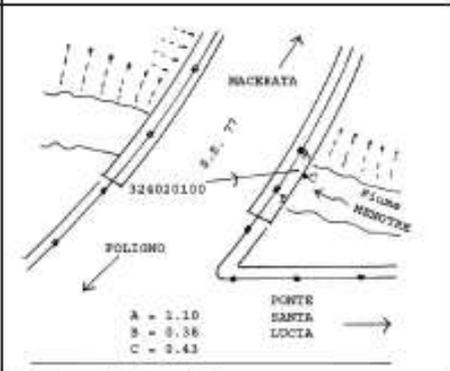


**REGIONE UMBRIA**  
 DIREZIONE AMBIENTE, TERRITORIO E INFRASTRUTTURE - II° SERVIZIO  
 RETE GEODETICA PLANOALTIMETRICA DELLA REGIONE UMBRIA  
 RAFFITTIMENTO DELLA RETE FONDAMENTALE IGM95  
 - Rilievo Aprile 2006 -

Comune: Foligno	Indirizzo: P.zza della Repubblica, 10	Nome: PONTE SANTA LUCIA
Provincia: Perugia		Punto N°: 324020100

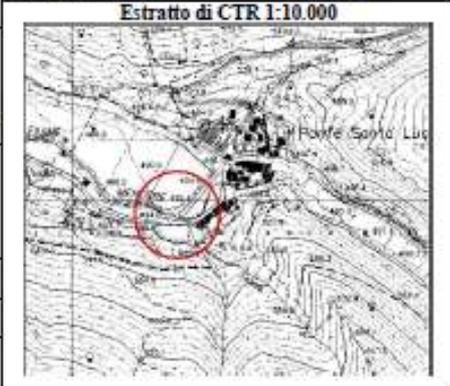
**Accesso:** Percorrere la S.S.77 da Foligno in direzione Macerata; il punto si trova al Km. 9 + 200, in località Ponte Santa Lucia, all'inizio del ponte sul fiume Menotre, sulla destra.

**Materializzazione:** Centrino infisso sullo spigolo est della spalla del ponte in calcestruzzo, al Km. 9 + 200 della S.S. 77 della Val di Chienti, in località Ponte Santa Lucia.



	Geografiche	Piane
WGS84 (ETRS89)	$\phi$ : 42° 58' 46,8900"	N: 4.760.943,729 m
	$\lambda$ : 12° 47' 00,0127"	E: 319.260,695 m
		UTM WGS84 - Fuso 33
ROMA40	$\phi$ : 42° 58' 44,5339"	N: 4.760.956,289 m
	$\lambda$ : 12° 47' 00,7479"	E: 2.339.267,125 m
		GAUSS BOAGA - Fuso Est
UTM ED50	$\phi$ : 42° 58' 50,4275"	N: 4.761.136,657 m
	$\lambda$ : 12° 47' 03,3364"	E: 319.330,553 m
		UTM ED50 - Fuso 33

**Riferimenti Cartografici:**  
 Sezione CTR (Regione Umbria): 324.020  
 Serie 25 (IGM): 324-IV  
 Serie 25V (IGM): 130-I-NE



Altezza ellissoidica:	542,455 m
Quota ortometrica:	496,02 m
Caposaldo:	
Dislivello misurato:	

Revisione finale eseguita dall'Università di Perugia - Laboratorio di Topografia e Fotogrammetria (D.I.C.A.)

Triangolazioni  
 L'esempio Umbria

I punti IGM erano sufficienti per realizzare carte comprese in un intervallo di scala tra 1:25000 e 1:100000, ma non per la realizzazione dei fogli di mappa catastali, in scala 1:2000. La necessità di avere più punti indusse il Catasto a eseguire una propria triangolazione, appoggiandosi alla rete IGM. La triangolazione catastale si sviluppa secondo tre ordini di vertici:

#### ❖ PUNTI DI RETE

Sono collegati ai vertici trigonometrici IGM di 1°, 2°, 3° ordine con distanze medie comprese tra 7 - 10 km;

#### ❖ PUNTI DI SOTTORETE

Appoggiati ai vertici IGM e ai punti di rete catastali, con distanze comprese tra 5 - 7 km;

#### ❖ PUNTI DI DETTAGLIO

Sono appoggiati ai vertici IGM e ai precedenti punti catastali. La distanza media è compresa tra 2 - 5 km



Il rilievo consiste nel fare stazione in ogni punto della triangolazione, misurando tutti gli angoli orizzontali e la lunghezza di almeno un lato (base). In ogni triangolo, si dovrà calcolare l'errore di chiusura angolare  $\Delta\alpha$  e verificare che risulti inferiore alla tolleranza angolare  $T\alpha$  :

$$\Delta\alpha = \sum\alpha - 200c \leq T\alpha$$

Se la precedente relazione risulta soddisfatta per ogni triangolo, si potrà procedere nella compensazione angolare, aggiungendo o togliendo a ciascun angolo un terzo dell'errore di chiusura angolare totale. Solo a questo punto, applicando il teorema dei seni, si potranno calcolare tutti i lati della triangolazione. Calcolati gli azimuth, con la formula della propagazione, il lavoro si conclude con il calcolo delle coordinate



Note le coordinate di A e B è possibile il calcolo della base AB e dell'azimut (AB) e (BA)

$$AB = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2}$$

$$(AB) = \text{tg}^{-1} [(X_B - X_A) / (Y_B - Y_A)]$$

$$(BA) = (AB) \pm 200^\circ$$

Nel triangolo 1 si effettua la compensazione angolare

$$\sum \alpha = A_1 + B_1 + C_1$$

$$\Delta \alpha = 200^\circ - \sum \alpha \leq T \alpha$$

Si calcola l'errore unitario

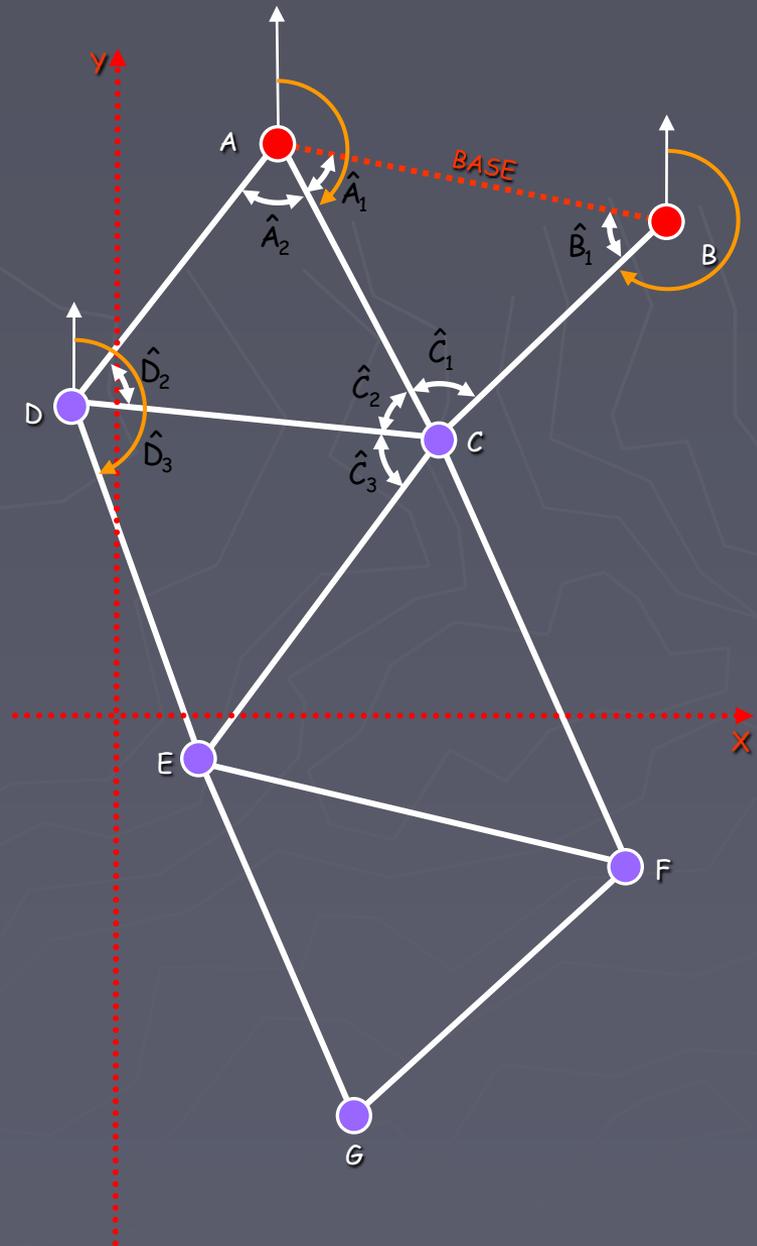
$$\varepsilon = \Delta \alpha / 3$$

che si attribuisce ad ogni angolo del triangolo 1. La stessa cosa si ripete per ognuno dei triangoli. Si calcolano poi tutte le distanze applicando il t. dei seni

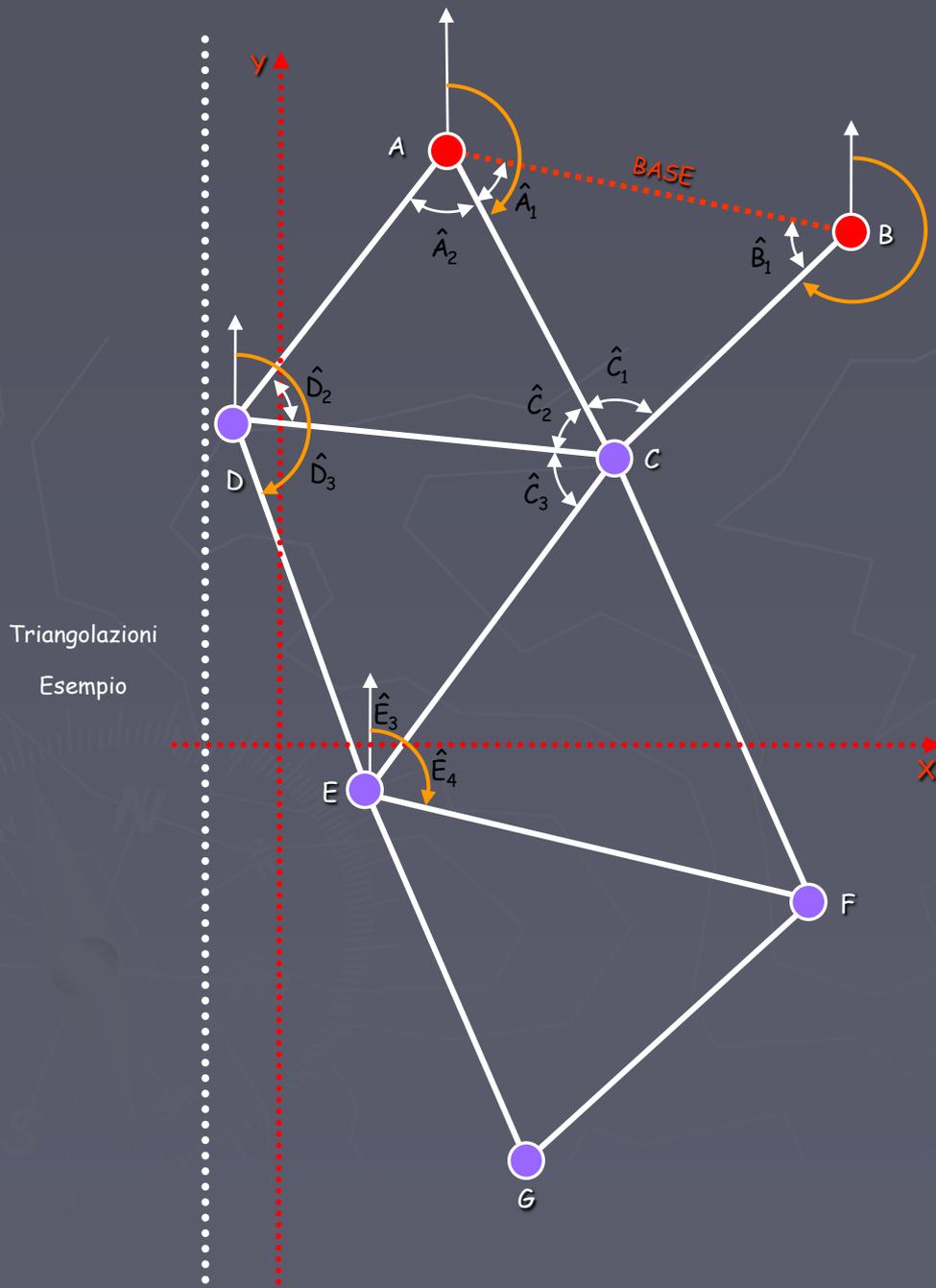
$$AC = AB \times \text{sen } B_1 / \text{sen } C_1$$

$$BC = AB \times \text{sen } A_1 / \text{sen } C_1$$

$$AD = AC \times \text{sen } C_2 / \text{sen } D_2$$



Triangolazioni  
Esempio



Triangolazioni  
Esempio

Partendo dai due azimut (AB) e (BA) e usando gli angoli compensati, con la formula di propagazione si calcolano gli azimut utili per le coordinate dei vertici

$$\begin{aligned} (AC) &= (AB) + A_1 \\ (AD) &= (AC) + A_2 \\ (DE) &= (AD) + (D_2 + D_3) \pm 200^\circ \\ (EF) &= (DE) + (E_3 + E_4) \pm 200^\circ \\ (EG) &= \end{aligned}$$

Note le distanze e gli azimut è possibile calcolare le coordinate dei vertici della triangolazione partendo dalle coordinate note dei punti A e B

$$\begin{aligned} X_C &= X_A + AC \times \text{sen}(AC) \\ Y_C &= Y_A + AC \times \text{cos}(AC) \\ \\ X_D &= X_A + AD \times \text{sen}(AD) \\ Y_D &= Y_A + AD \times \text{cos}(AD) \\ \\ X_E &= X_D + DE \times \text{sen}(DE) \\ Y_E &= Y_D + DE \times \text{cos}(DE) \\ &\dots \end{aligned}$$



Permettono di determinare le coordinate di punti isolati, partendo da punti di coordinate note, effettuando sul terreno esclusivamente misure angolari.

Le intersezioni possono essere dirette (se si fa stazione nei punti di coordinate note) o inverse (se la stazione è effettuata nel punto di cui devono essere determinate le coordinate). I metodi di intersezione più utilizzati sono:

- ❖ diretta in avanti
- ❖ diretta laterale
- ❖ inversa semplice (problema di Pothénot)
- ❖ doppia intersezione inversa (problema di Hansen)



**IL RILIEVO CONSISTE NEL FARE STAZIONE NEI DUE PUNTI DI COORDINATE NOTE PER MISURARE GLI ANGOLI AL VERTICE**

Note le coordinate di P e R è possibile il calcolo della

distanza PR e dell'azimut (PR)

$$PR = \sqrt{[ (X_R - X_P)^2 + (Y_R - Y_P)^2 ]}$$

$$(PR) = \text{tg}^{-1} [ (X_R - X_P) / (Y_R - Y_P) ]$$

e quindi

$$(RP) = (PR) \pm 200^\circ$$

nel triangolo PRA si ottiene per differenza l'angolo nel vertice A

$$A = 200^\circ - (P + R)$$

E con il t. dei seni le due distanze PA e RA

$$PA = PR \times \text{sen } R / \text{sen } A$$

$$RA = PR \times \text{sen } P / \text{sen } A$$

e per somma o differenza i due azimut (PA) e (RA)

$$(PA) = (PR) + P$$

$$(RA) = (RP) - R$$

note la distanze PA e RA e gli azimut (PA) e (RA) e possibile calcolare le coordinate del punto A passando prima per il punto P e poi per il punto R

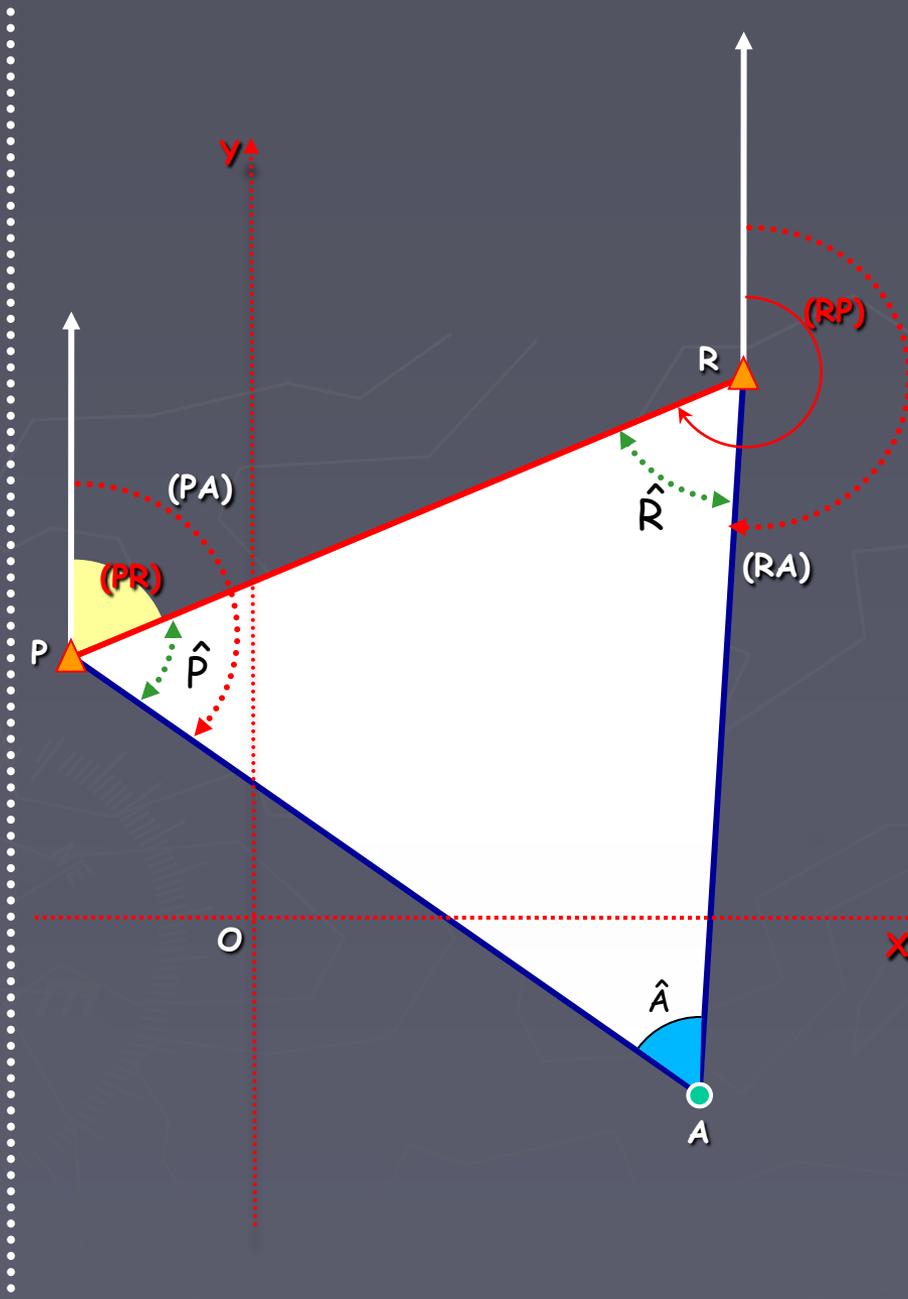
$$X_A = X_P + PA \times \text{sen } (PA)$$

$$Y_A = Y_P + PA \times \text{cos } (PA)$$

$$X_A = X_R + RA \times \text{sen } (RA)$$

$$Y_A = Y_R + RA \times \text{cos } (RA)$$

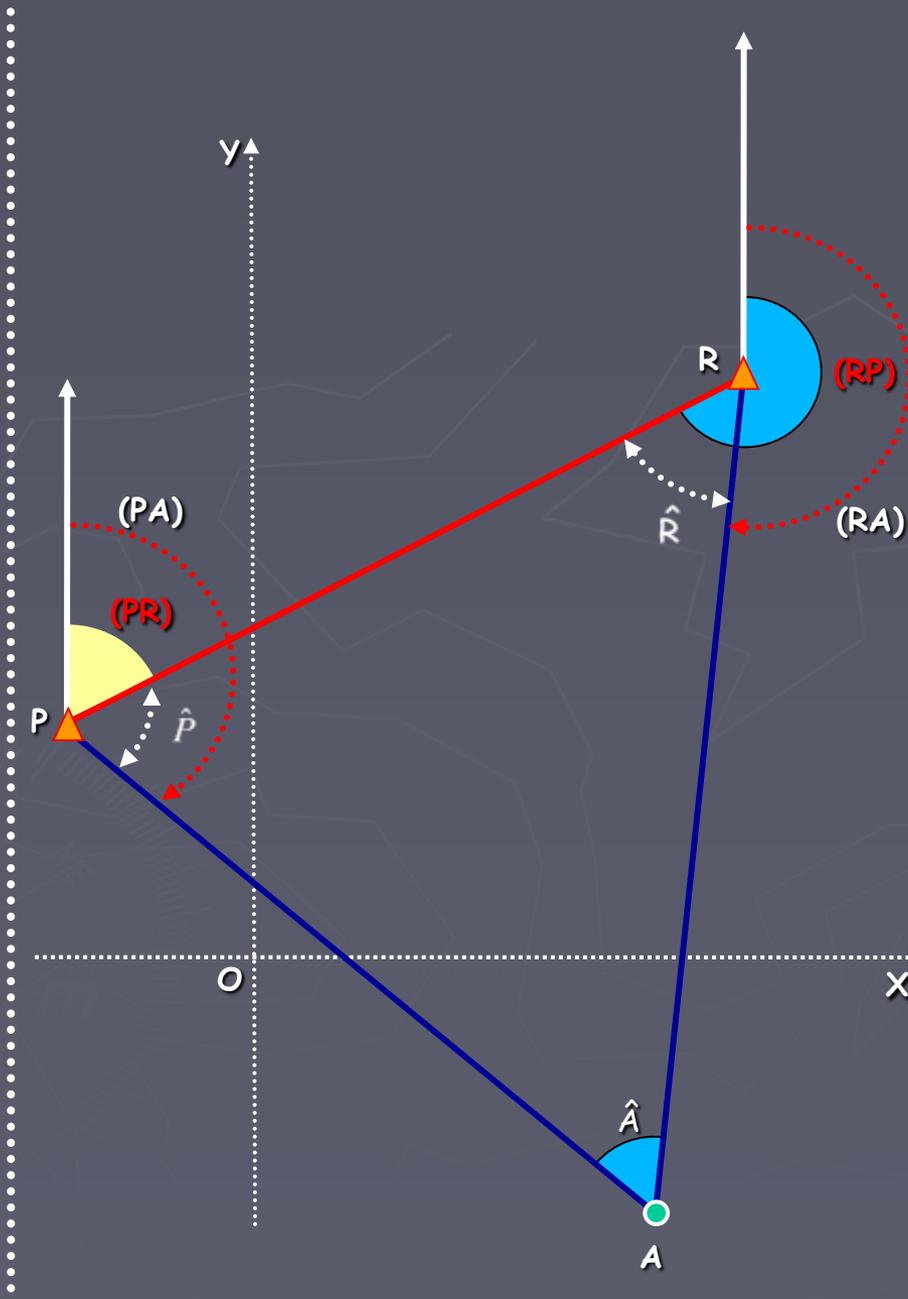
Le due coppie di coordinate dovranno essere uguali



Intersezione semplice in avanti



Intersezione  
semplice in avanti  
Esempio



Sono note le coordinate dei due punti P e R

$$X_P = -26.130 \text{ m}$$

$$Y_P = +30.170 \text{ m}$$

---

$$X_R = +66.170 \text{ m}$$

$$Y_R = +68.350 \text{ m}$$

Nel rilievo sono stati misurati gli angoli in P e R

$$P = 68^\circ.1500 \quad R = 63^\circ.3100$$

$$PR = \sqrt{[(X_R - X_P)^2 + (Y_R - Y_P)^2]} = 99.884 \text{ m}$$

$$(PR) = \text{tg}^{-1} [(X_R - X_P) / (Y_R - Y_P)] = 75^\circ.0305$$

$$(RP) = (PR) + 200^\circ = 275^\circ.0305$$

$$A = 200^\circ - (P + R) = 68^\circ.5400$$

$$PA = PR \times \text{sen } R / \text{sen } A = 95.131 \text{ m}$$

$$RA = PR \times \text{sen } P / \text{sen } A = 99.552 \text{ m}$$

$$(PA) = (PR) + P = 143^\circ.1805$$

$$(RA) = (RP) - R = 211^\circ.7205$$

$$X_A = X_P + PA \times \text{sen } (PA) = +47.944 \text{ m}$$

$$Y_A = Y_P + PA \times \text{cos } (PA) = -29.520 \text{ m}$$

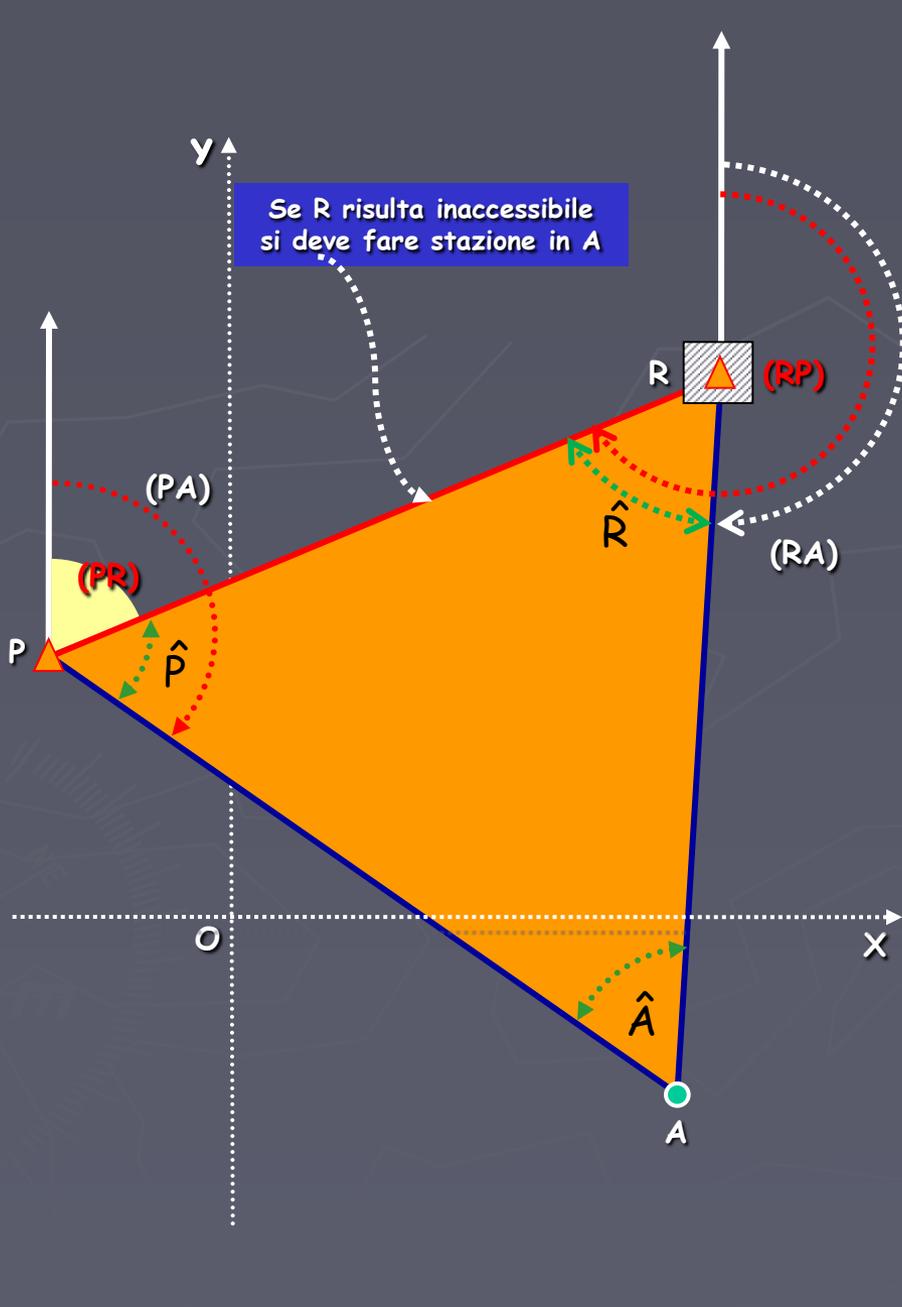
-----

$$X_A = X_R + RA \times \text{sen } (RA) = +47.945 \text{ m}$$

$$Y_A = Y_R + RA \times \text{cos } (RA) = -29.519 \text{ m}$$



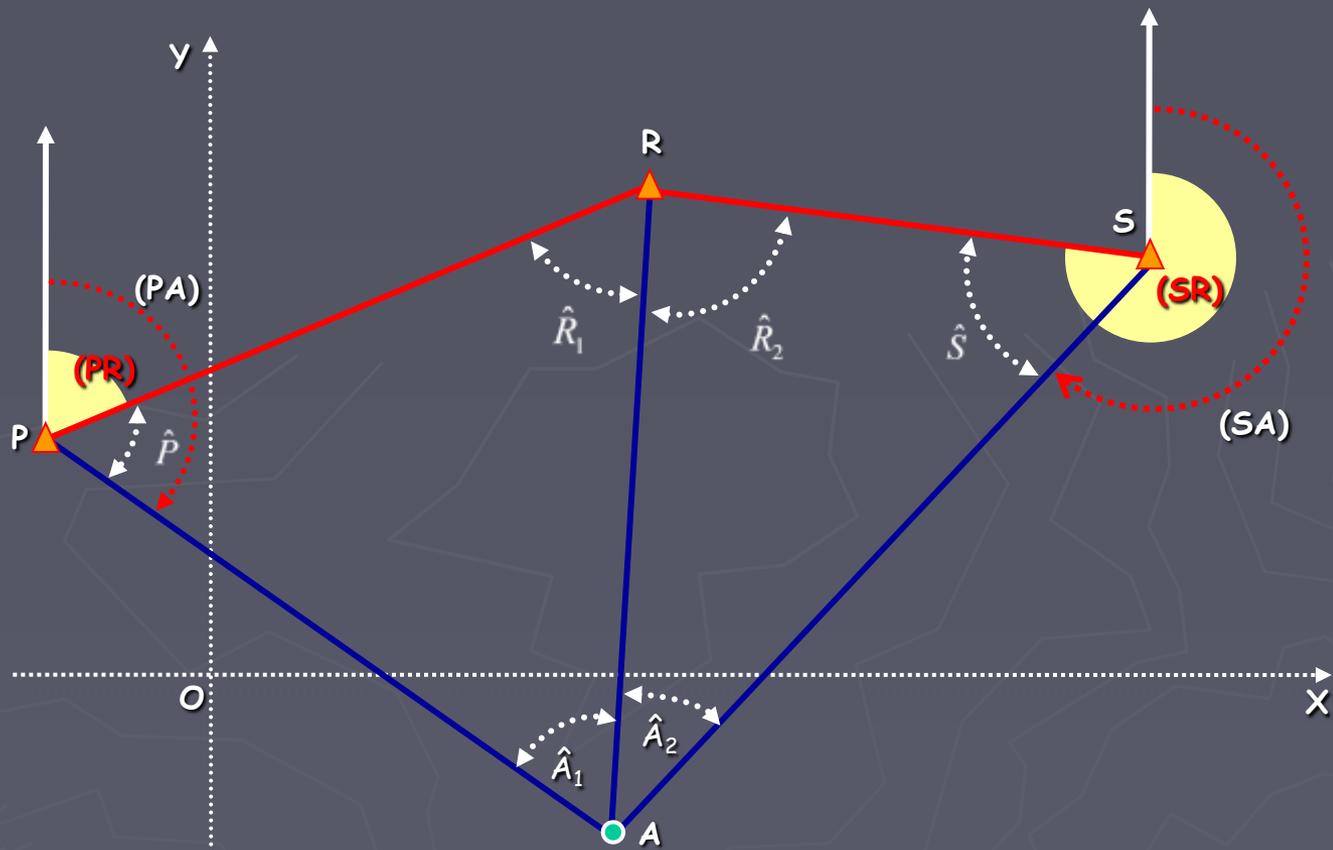
Intersezione  
semplice laterale



In questo secondo caso, nell'ipotesi che uno dei due punti di coordinate note sia visibile ma inaccessibile per misurare il secondo angolo si fa stazione nel punto di cui devono essere calcolate le coordinate. La risoluzione procede poi come nel caso della intersezione semplice in avanti

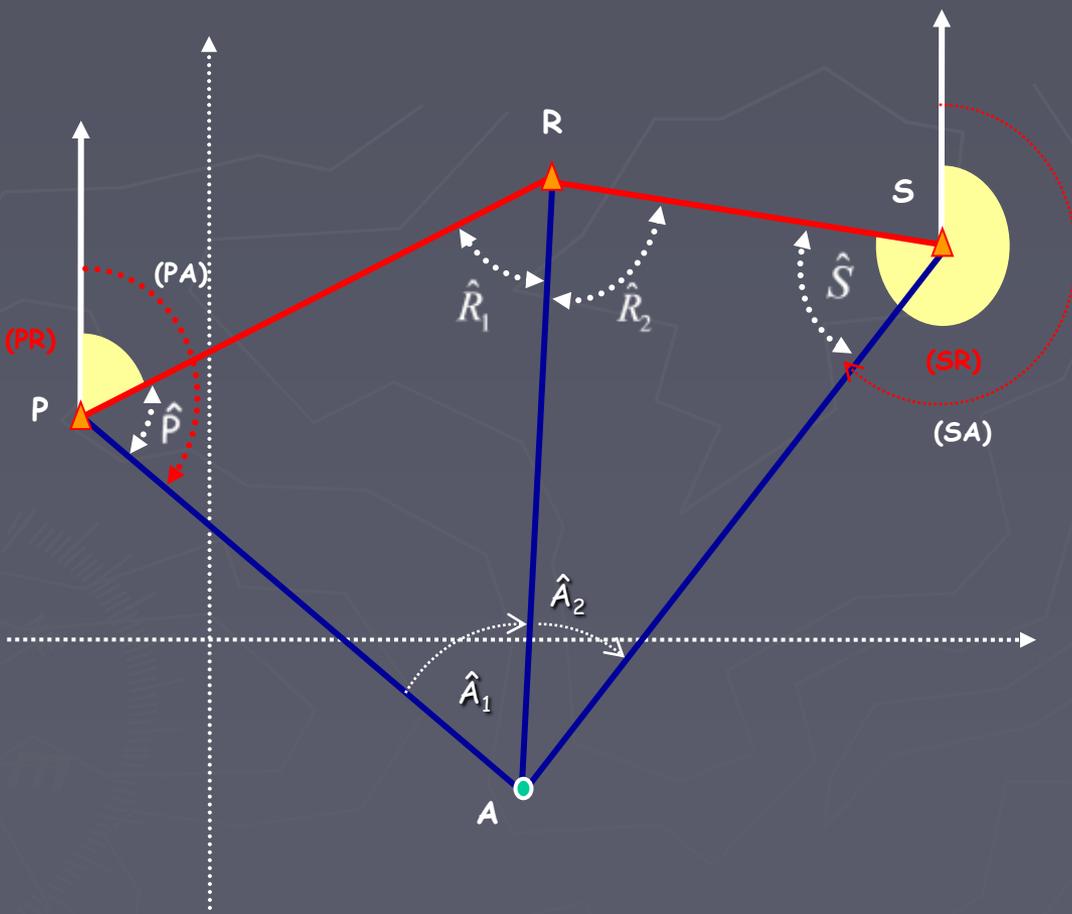


Intersezione in  
avanti composta



Le intersezioni semplici non permettono il controllo delle misure angolari eseguite durante il rilievo. Per controllare queste misure è necessario determinare le coordinate del punto partendo da due o più intersezioni semplici associate. Si ottiene così lo schema di una intersezione (in avanti o laterale) composta. Le intersezioni composte sono risolte come quelle semplici. Generalmente il calcolo delle coordinate si effettua collegandosi ai due punti estremi di coordinate note.





Intersezione in  
avanti composta  
Calcoli

❖ TRIANGOLO 1

$$PR = \sqrt{[(X_R - X_P)^2 + (Y_R - Y_P)^2]}$$

$$(PR) = \tan^{-1} [(X_R - X_P) \div (Y_R - Y_P)]$$

$$A_1 = 200^\circ - (P + R_1)$$

$$PA = PR \times \text{sen } R_1 \div \text{sen } A_1$$

$$(PA) = (PR) + P$$

$$XA = X_P + PA \times \text{sen } (PA)$$

$$YA = Y_P + PA \times \text{cos } (PA)$$

❖ TRIANGOLO 2

$$SR = \sqrt{[(X_R - X_S)^2 + (Y_R - Y_S)^2]}$$

$$(SR) = \tan^{-1} [(X_R - X_S) \div (Y_R - Y_S)]$$

$$A_2 = 200^\circ - (S + R_2)$$

$$SA = RS \times \text{sen } R_2 \div \text{sen } A_2$$

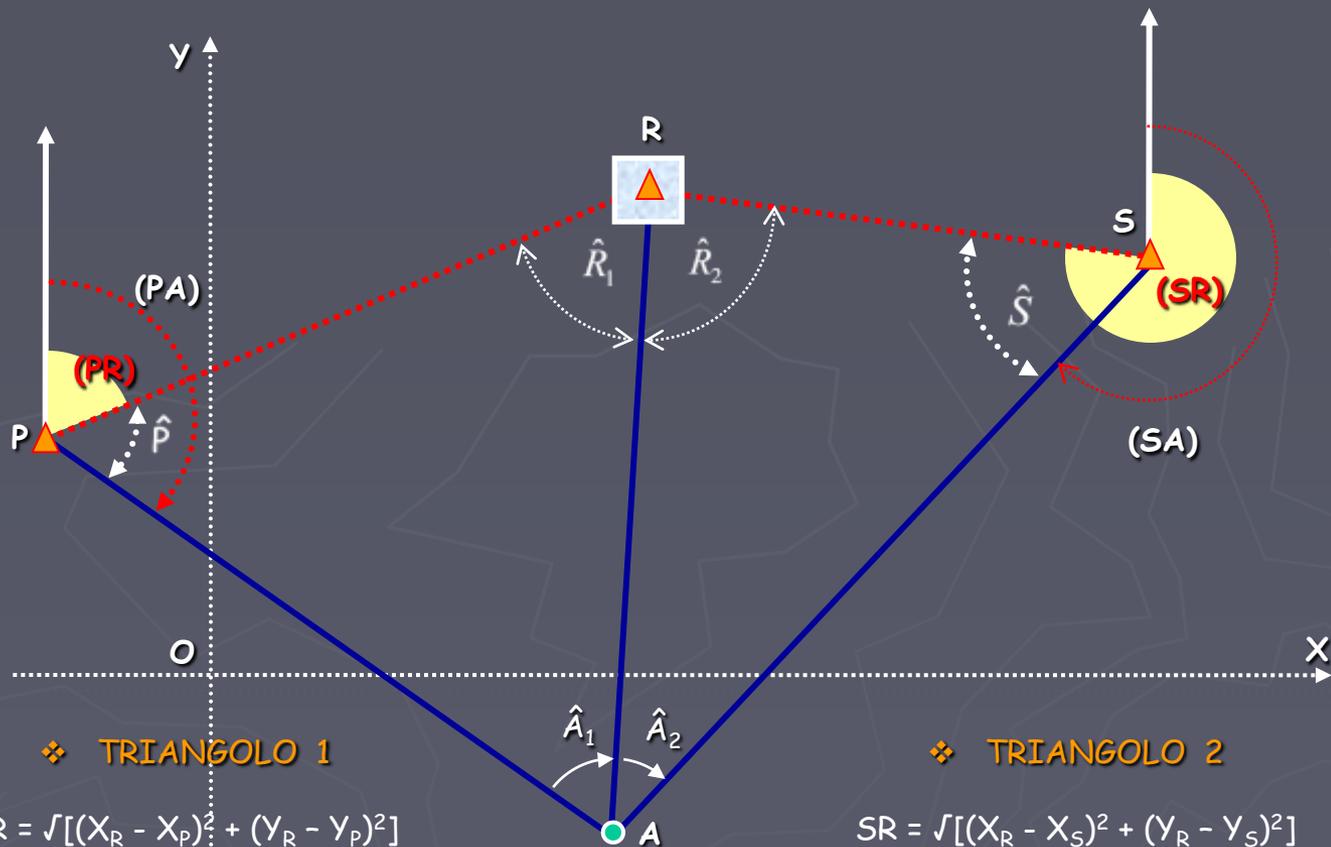
$$(SA) = (SR) - S$$

$$XA = X_S + SA \times \text{sen } (SA)$$

$$YA = Y_S + SA \times \text{cos } (SA)$$



Intersezione  
laterale composta  
Calcoli



❖ TRIANGOLO 1

$$PR = \sqrt{[(X_R - X_P)^2 + (Y_R - Y_P)^2]}$$

$$(PR) = \tan^{-1} [(X_R - X_P) \div (Y_R - Y_P)]$$

$$R_1 = 200^\circ - (P + A_1)$$

$$PA = PR \times \sin R_1 \div \sin A_1$$

$$(PA) = (PR) + P$$

$$XA = X_P + PA \times \sin (PA)$$

$$YA = Y_P + PA \times \cos (PA)$$

❖ TRIANGOLO 2

$$SR = \sqrt{[(X_R - X_S)^2 + (Y_R - Y_S)^2]}$$

$$(SR) = \tan^{-1} [(X_R - X_S) \div (Y_R - Y_S)]$$

$$R_2 = 200^\circ - (S + R_2)$$

$$SA = RS \times \sin R_2 \div \sin A_2$$

$$(SA) = (SR) - S$$

$$XA = X_S + SA \times \sin (SA)$$

$$YA = Y_S + SA \times \cos (SA)$$



Le poligonali sono spezzate che collegano tra loro un insieme di punti detti vertici, delle quali si misurano tutti i lati e gli angoli.

Nella scelta dei vertici di una poligonale bisogna tenere presente alcune indicazioni:

- ❖ Tutti i vertici devono essere facilmente accessibili
- ❖ Da ogni vertice deve essere visibile, il vertice precedente e quello seguente
- ❖ La distanza tra i vari vertici deve essere il più possibile uniforme

Inoltre, nel caso sia necessario, da ogni vertice deve potersi vedere una buona zona di terreno, in modo da poter utilizzare tali vertici come appoggio per un successivo rilievo di dettaglio



## IN BASE ALL'ESTENSIONE

### ❖ Poligonali **geodetiche**

Si sviluppano in campo geodetico e sono composte da pochissimi lati di lunghezza compresa tra 1 - 10 km, con una estensione complessiva di qualche centinaio di chilometri

### ❖ Poligonali **topografiche o tecniche**

Si sviluppano nel campo topografico e i lati che le compongono hanno una lunghezza compresa tra 50 - 500 m, con una estensione complessiva di 3 - 5 km.



## IN BASE AI PUNTI CHE COLLEGANO

- ❖ Poligonalì **principali**

Collegano tra loro punti di coordinate nota, ad esempio i vertici di una triangolazione

- ❖ Poligonalì **ausiliarie**

Collegano tra loro punti appartenenti a poligonalì principali

- ❖ Poligonalì **secondarie**

Collegano tra loro punti appartenenti alle poligonalì principali e ausiliarie



## IN BASE ALL'ORIENTAMENTO

### ❖ Poligonali **orientate**

Sono orientate se è possibile determinare le coordinate cartesiane dei vertici rispetto ad un sistema di riferimento assoluto (ad esempio IGM o Catastale), oppure se il primo vertice della poligonale ha coordinate cartesiane note

### ❖ Poligonali **non orientate**

Sono non orientate se le coordinate dei vertici sono calcolate rispetto ad un sistema di riferimento locale



## IN BASE ALLA FORMA GEOMETRICA

### ❖ Poligonali *aperte*

Il primo e ultimo vertice della poligonale non coincidono

### ❖ Poligonali *chiuse*

Primo e ultimo vertice coincidono

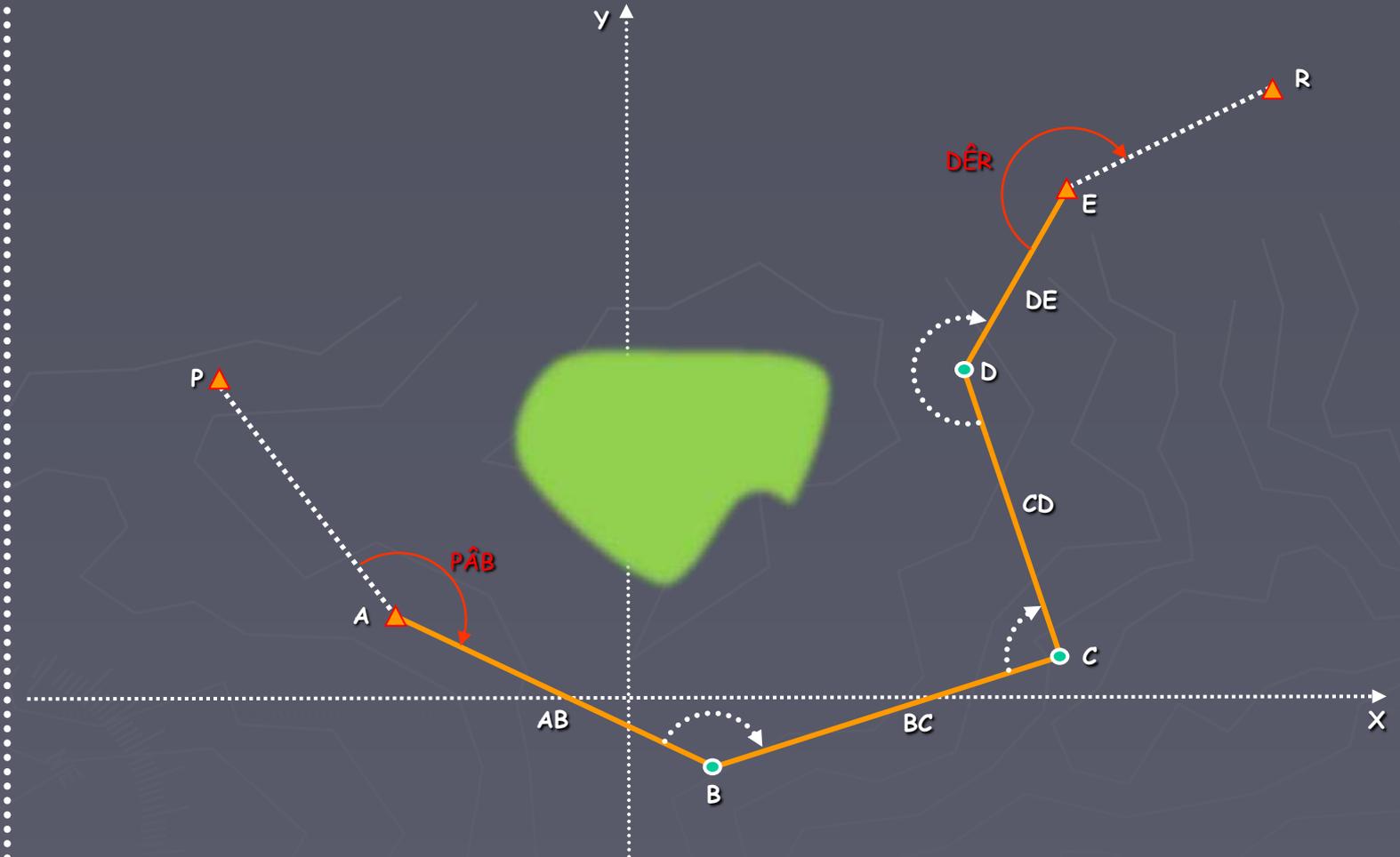


Per il calcolo delle coordinate di una poligonale, è necessario misurare durante il rilievo le distanze e gli angoli nei vertici. In base alla configurazione geometrica della poligonale rilevata, su queste misure è possibile eseguire una compensazione angolare e lineare. Sono compensabili le:

- ❖ Poligonali **Aperte vincolate agli estremi** a punti di coordinate note
- ❖ Poligonali **Chiuse orientate e non orientate**



Poligonale aperta  
vincolata ad estremi  
di coordinate note  
non reciprocamente  
visibili  
Rilievo



Il primo e l'ultimo vertice della poligonale  $ABCDE$  hanno coordinate note e non sono tra loro visibili. Da questi due punti sono visibili altri due punti  $P$  e  $R$  di coordinate note. Il rilievo consiste nel misurare tutte le distanze e gli angoli al vertice della poligonale  $ABCDE$ . Facendo stazione in  $A$  deve essere inoltre misurato l'angolo di apertura  $\hat{PAB}$  e facendo stazione in  $E$  l'angolo di chiusura  $\hat{DER}$



## ❖ CALCOLO DEGLI AZIMUT

Utilizzando le coordinate dei punti noti si calcolano gli azimut esatti  $(PA)^*$  e  $(ER)^*$

$$(PA)^* = \tan^{-1} [(X_A - X_P) \div (Y_A - Y_P)]$$

$$(ER)^* = \tan^{-1} [(X_R - X_E) \div (Y_R - Y_E)]$$

con gli angoli al vertice e la formula di propagazione si calcolano gli azimut della poligonale

$$(AB) = (PA)^* + PAB \pm 200^\circ$$

$$(BC) = (AB) + B \pm 200^\circ$$

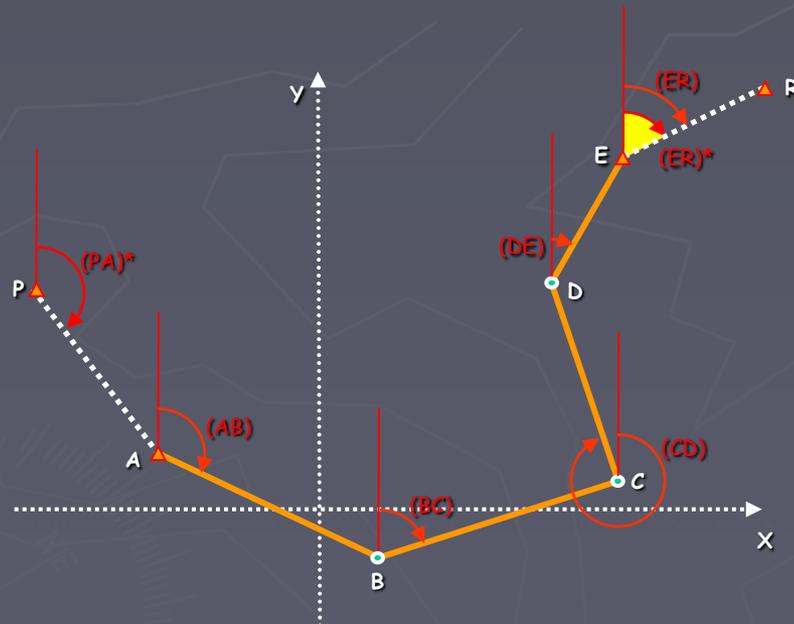
$$(CD) = (BC) + C \pm 200^\circ$$

$$(DE) = (CD) + D \pm 200^\circ$$

$$(ER) = (DE) + DER \pm 200^\circ$$

dalla differenza tra l'azimut esatto  $(ER)^*$  e quello calcolato  $(ER)$ , si ottiene l'errore totale angolare  $\Delta\alpha$ , che per poter procedere nella compensazione, dovrà essere inferiore o al massimo uguale alla tolleranza angolare prefissata

$$\Delta\alpha = (ER)^* - (ER) \leq T\alpha$$



Poligonale aperta  
vincolata ad estremi  
di coordinate note  
non reciprocamente  
visibili

Calcolo degli azimut



## ❖ COMPENSAZIONE ANGOLARE

Si divide l'errore totale  $\Delta\alpha$  per il numero degli angoli al vertice misurati  $n$  ottenendo così l'errore angolare unitario

$$E\alpha = \Delta\alpha / n(5)$$

l'errore angolare unitario  $E\alpha$  viene attribuito, ad ogni azimuth moltiplicandolo per un fattore che dipende dalla posizione del vertice considerato

$$(AB)^* = (AB) \pm E\alpha$$

$$(BC)^* = (BC) \pm 2E\alpha$$

$$(CD)^* = (CD) \pm 3E\alpha$$

$$(DE)^* = (DE) \pm 4E\alpha$$

$$(ER)^* = (ER) \pm 5E\alpha = (ER) \pm \Delta\alpha$$

## ❖ CALCOLO DELLE COORDINATE PARZIALI

utilizzando le distanze misurate e gli azimuth compensati si calcolano le coordinate parziali di ogni punto

$$X_{B(A)} = AB \times \text{sen } (AB)^*$$

$$Y_{B(A)} = AB \times \text{cos } (AB)^*$$

$$X_{C(B)} = BC \times \text{sen } (BC)^*$$

$$Y_{C(B)} = BC \times \text{cos } (BC)^*$$

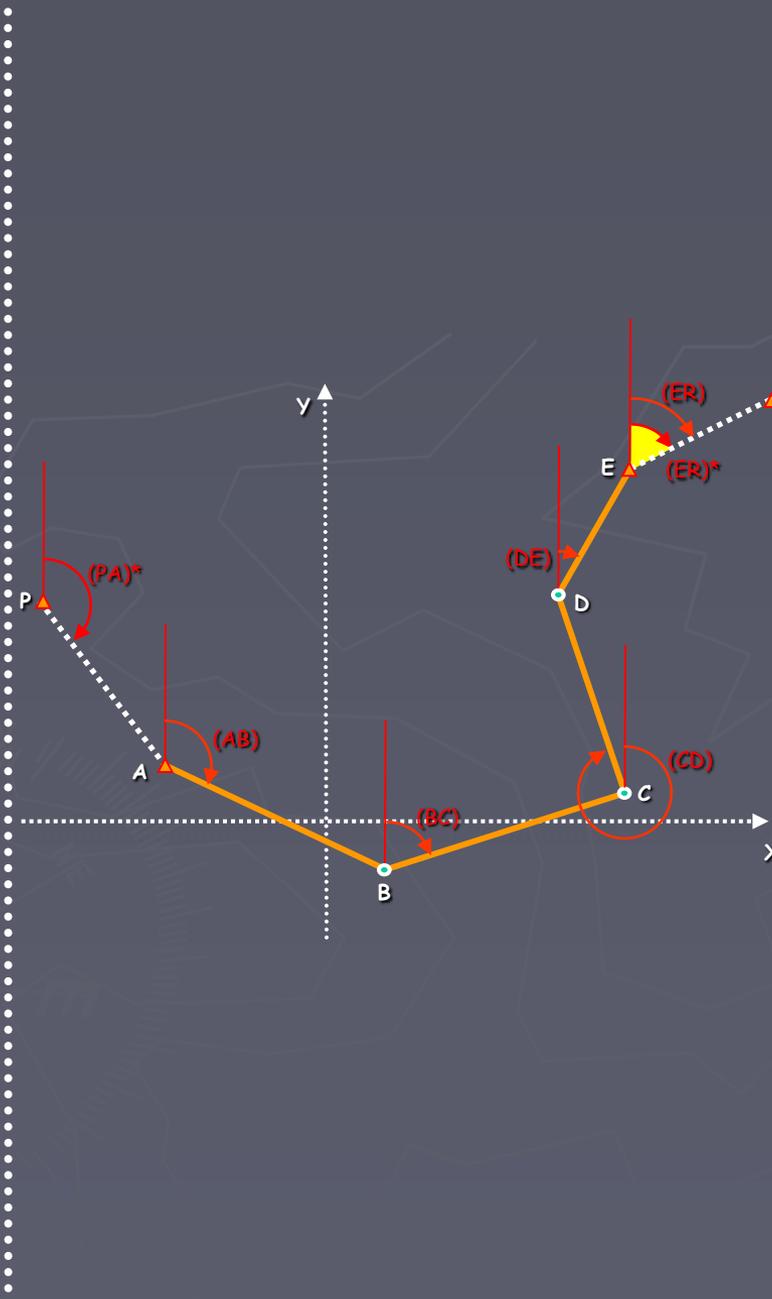
$$X_{D(C)} = CD \times \text{sen } (CD)^*$$

$$Y_{D(C)} = CD \times \text{cos } (CD)^*$$

$$X_{E(D)} = DE \times \text{sen } (DE)^*$$

$$Y_{E(D)} = DE \times \text{cos } (DE)^*$$

Poligonale aperta  
vincolata ad estremi  
di coordinate note  
non reciprocamente  
visibili  
Compensazione  
angolare



## ❖ COMPENSAZIONE LINEARE

Sommando alle coordinate esatte del punto A, le coordinate parziali dei punti si ottengono le coordinate totali del punto E

$$X_E = X_A^* + X_{B(A)} + X_{C(B)} + X_{D(C)} + X_{E(D)}$$

$$Y_E = Y_A^* + Y_{B(A)} + Y_{C(B)} + Y_{D(C)} + Y_{E(D)}$$

la differenza tra le coordinate date del vertice E\* e quelle calcolate costituisce l'errore lineare per le X e per le Y

$$\Delta_x = X_{E^*} - X_E$$

$$\Delta_y = Y_{E^*} - Y_E$$

per poter procedere nella compensazione l'errore lineare globale  $\Delta_L$  dovrà essere inferiore o la massimo uguale alla tolleranza lineare prefissata

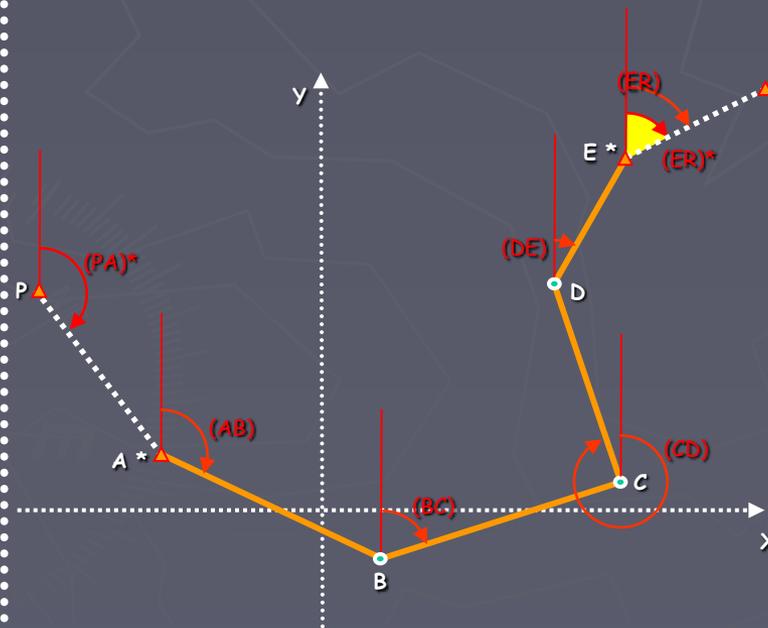
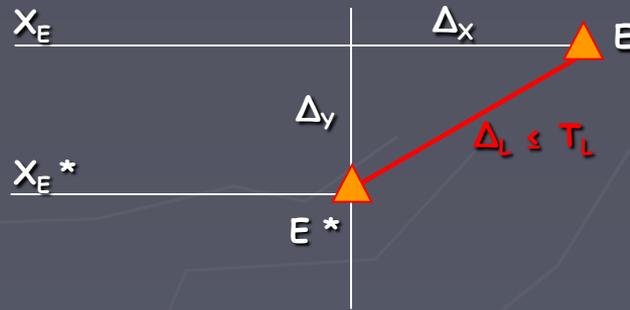
$$\Delta_L = \sqrt{(\Delta_x^2 + \Delta_y^2)} \leq T_L$$

Verificata questa condizione è necessario calcolare l'errore unitario per le X e le Y, per metro di poligonale, dividendo gli errori  $\Delta_x$  e  $\Delta_y$  per la lunghezza L della poligonale

$$L = AB + BC + CD + DE$$

$$E_x = \Delta_x / L$$

$$E_y = \Delta_y / L$$



Poligonale aperta  
vincolata ad estremi  
di coordinate note  
non reciprocamente  
visibili

Compensazione  
lineare



## ❖ COMPENSAZIONE LINEARE

La compensazione si effettua sulle coordinate parziali, sommando o sottraendo a ciascuna di esse, una quantità di errore che si ottiene moltiplicando l'errore unitario per la lunghezza del lato che ha generato le coordinate (compensazione in proporzione alla lunghezza del lato)

$$X_{B(A)}^* = X_{B(A)} \pm E_X \times AB \quad Y_{B(A)}^* = Y_{B(A)} \pm E_Y \times AB$$

$$X_{C(B)}^* = X_{C(B)} \pm E_X \times BC \quad Y_{C(B)}^* = Y_{C(B)} \pm E_Y \times BC$$

$$X_{D(C)}^* = X_{D(C)} \pm E_X \times CD \quad Y_{D(C)}^* = Y_{D(C)} \pm E_Y \times CD$$

$$X_{E(D)}^* = X_{E(D)} \pm E_X \times DE \quad Y_{E(D)}^* = Y_{E(D)} \pm E_Y \times DE$$

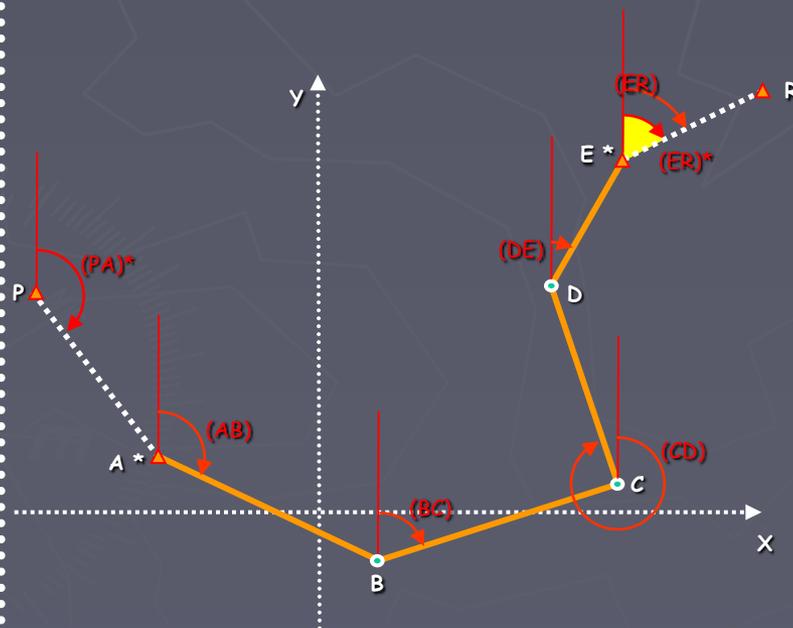
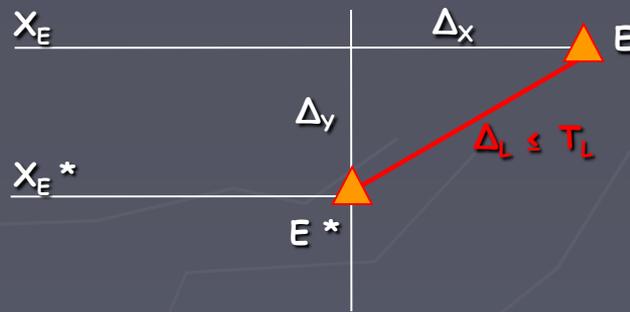
Una volta effettuata la compensazione, si dovrà verificare di nuovo se le coordinate calcolate del punto E coincidono con le coordinate date. Solo in questo caso si potrà procedere nel calcolo delle coordinate totali dei vertici

## ❖ CALCOLO COORDINATE TOTALI

$$X_B^* = X_A^* + X_{B(A)}^* \quad Y_B^* = Y_A^* + Y_{B(A)}^*$$

$$X_C^* = X_B^* + X_{C(B)}^* \quad Y_C^* = Y_B^* + Y_{C(B)}^*$$

$$X_D^* = X_C^* + X_{D(C)}^* \quad Y_D^* = Y_C^* + Y_{D(C)}^*$$

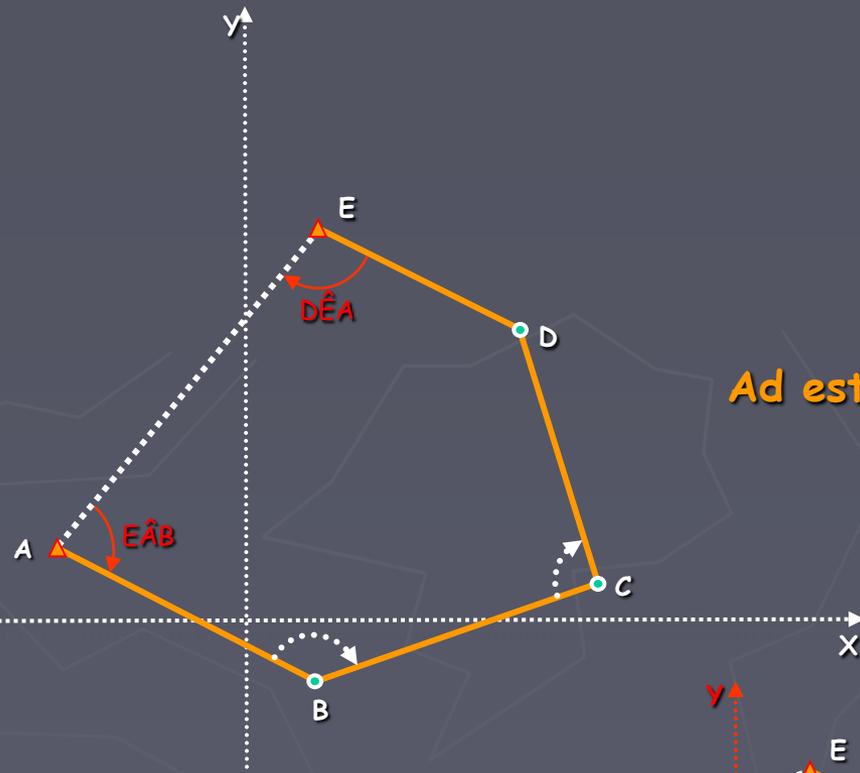


Poligonale aperta  
vincolata ad estremi  
di coordinate note  
non reciprocamente  
visibili

Compensazione  
lineare e calcolo  
coordinate totali

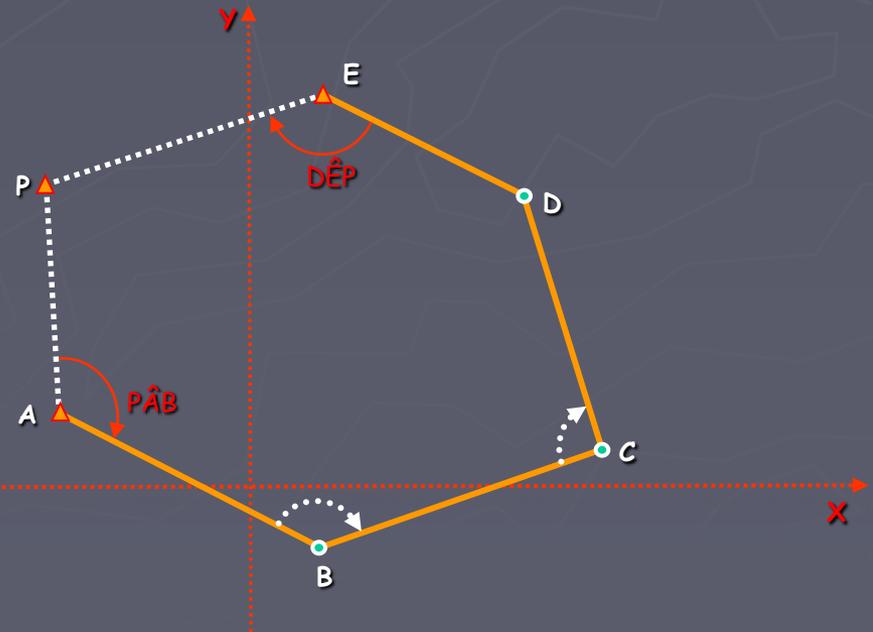


Altri schemi di poligoni aperte vincolate agli estremi

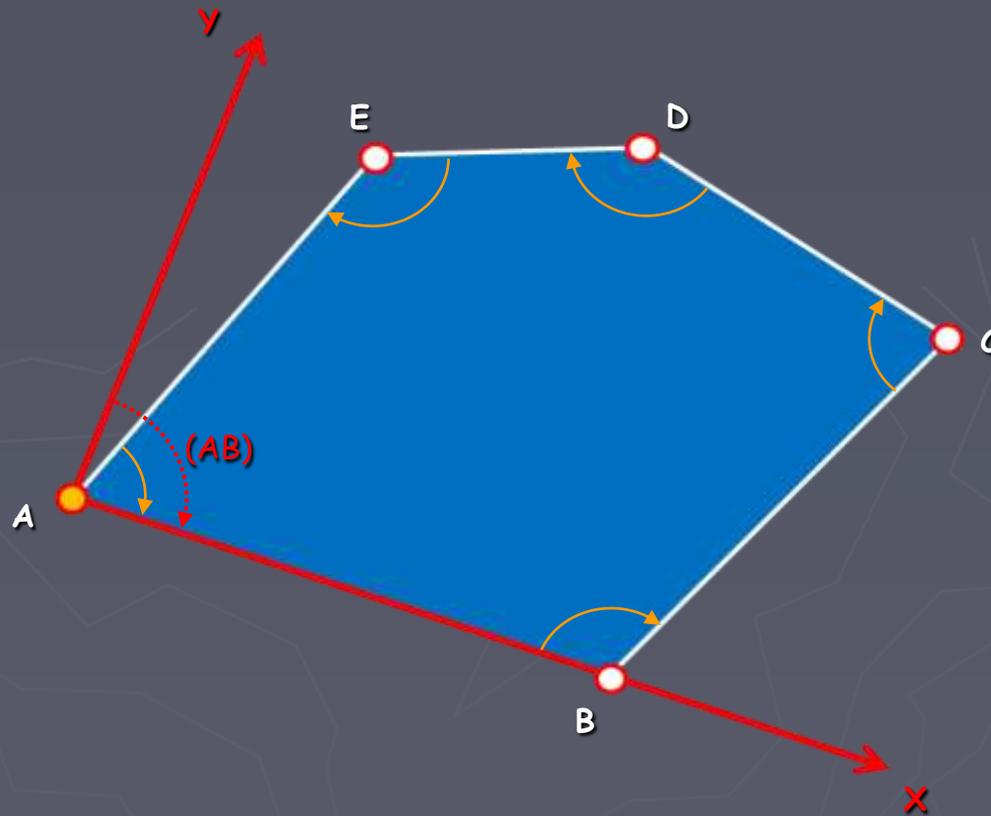


Ad estremi visibili

Con appoggio su un solo punto



Poligoni chiusi  
non orientati



Nelle poligonali chiuse, durante l'esecuzione del rilievo, si misurano tutti i lati e gli angoli nei vertici.

Se la poligonale è non orientata, per il calcolo delle coordinate, il sistema cartesiano avrà la sua origine nel primo vertice e il semiasse positivo delle X sarà orientato sul primo lato. Così facendo risultano note le coordinate del punto A (0 ; 0) del punto B (AB ; 0) e l'azimut  $(AB) = 100^{\circ}$



## ❖ COMPENSAZIONE ANGOLARE

La sommatoria degli angoli interni si ottiene dalla

$$\Sigma_a^* = 200^c \times (n - 2)$$

con  $n$  = numero dei vertici. Sommando tra loro gli angoli misurati

$$\Sigma_a = A + B + C + D + E$$

si ottiene per differenza tra gli angoli esatti e gli angoli misurati, l'errore di chiusura angolare, che dovrà essere inferiore o al massimo uguale alla tolleranza prefissata

$$\Delta_a = \Sigma_a^* - \Sigma_a \leq T_a$$

se questa condizione risulta soddisfatta si calcola l'errore angolare unitario  $E_a = \Delta_a / n$ , che si attribuisce a tutti gli angoli misurati

$$A^* = A \pm E_a$$

$$B^* = B \pm E_a$$

$$C^* = C \pm E_a$$

$$D^* = D \pm E_a$$

$$E^* = E \pm E_a$$

con la formula di propagazione e utilizzando gli angoli esatti si calcolano gli azimut, partendo da (AB)

$$(AB) = 100^c$$

$$(BC) = (AB) + B^* \pm 200^c$$

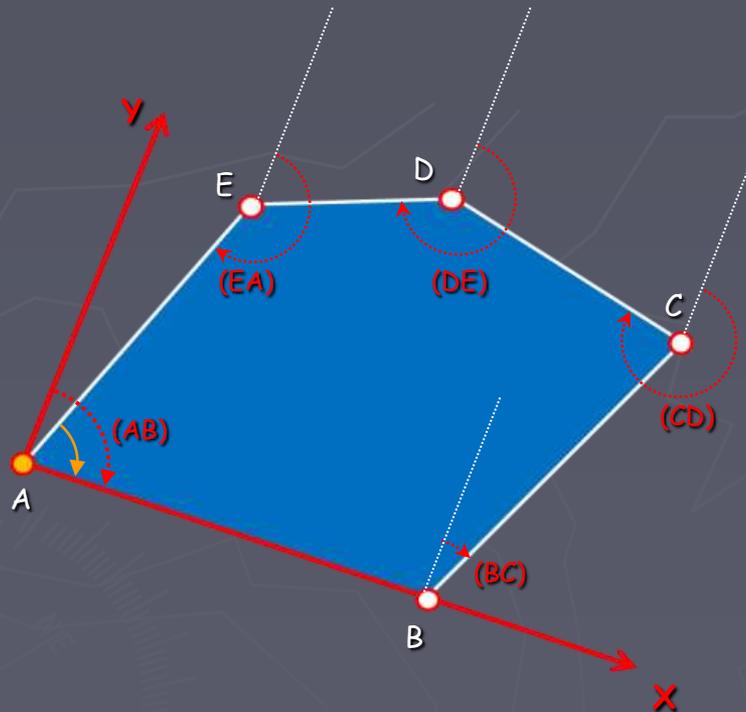
$$(CD) = (BC) + C^* \pm 200^c$$

$$(DE) = (CD) + D^* \pm 200^c$$

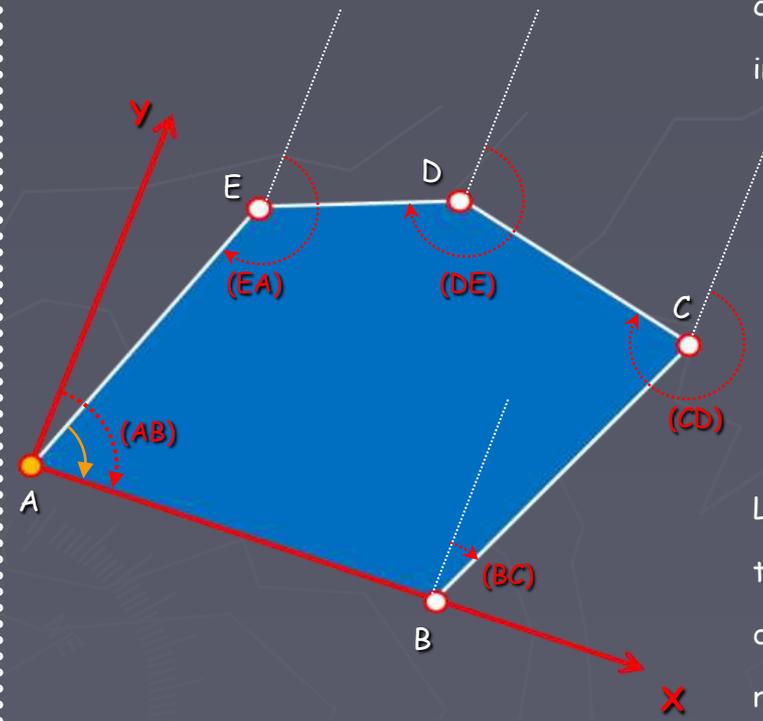
$$(EA) = (DE) + E^* \pm 200^c$$

Poligoni chiusi  
non orientati

Compensazione  
angolare e calcolo  
degli azimut



Poligoni chiusi  
non orientati  
Calcolo coordinate  
parziali e  
compensazione  
lineare



### ❖ CALCOLO DELLE COORDINATE PARZIALI

Utilizzando le distanze e gli azimut si calcolano le coordinate parziali di ogni punto rispetto al punto precedente ricordando che le coordinate di A (0 ; 0) e la  $y_B$  sono note e devono rimanere invariate, per non modificare il sistema di riferimento scelto

$X_{B(A)} = AB$	$Y_{B(A)} = 0$
$X_{C(B)} = BC \times \text{sen}(BC)$	$Y_{C(B)} = BC \times \text{cos}(BC)$
$X_{D(C)} = CD \times \text{sen}(CD)$	$Y_{D(C)} = CD \times \text{cos}(CD)$
$X_{E(D)} = DE \times \text{sen}(DE)$	$Y_{E(D)} = AB \times \text{cos}(DE)$
$X_{A(E)} = EA \times \text{sen}(EA)$	$Y_{A(E)} = EA \times \text{cos}(EA)$

### ❖ COMPENSAZIONE LINEARE

L'operazione di compensazione lineare si effettua utilizzando il t. di Charles: " la proiezione di una spezzata chiusa lungo una direzione qualunque è nulla ". Per questo teorema dovendo ritornare al punto di partenza A le somme delle ascisse e delle ordinate parziali dovrebbero essere uguali a zero. A tale conclusione si può giungere considerando che la somma delle coordinate parziali rappresenta le coordinate totali dell'ultimo vertice rispetto al primo e poiché primo e ultimo vertice coincidono tali valori dovrebbero essere evidentemente nulli.



## ❖ COMPENSAZIONE LINEARE

In realtà sommando le coordinate parziali si ottengono due errori lineari, uno per le ascisse  $\Delta x$  e uno per le ordinate  $\Delta y$ . L'errore di chiusura lineare totale  $\Delta_L$  (che si ottiene applicando il t. di Pitagora), dovrà essere inferiore o al massimo uguale alla tolleranza lineare prefissata

$$\Delta_L = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} \leq T_L$$

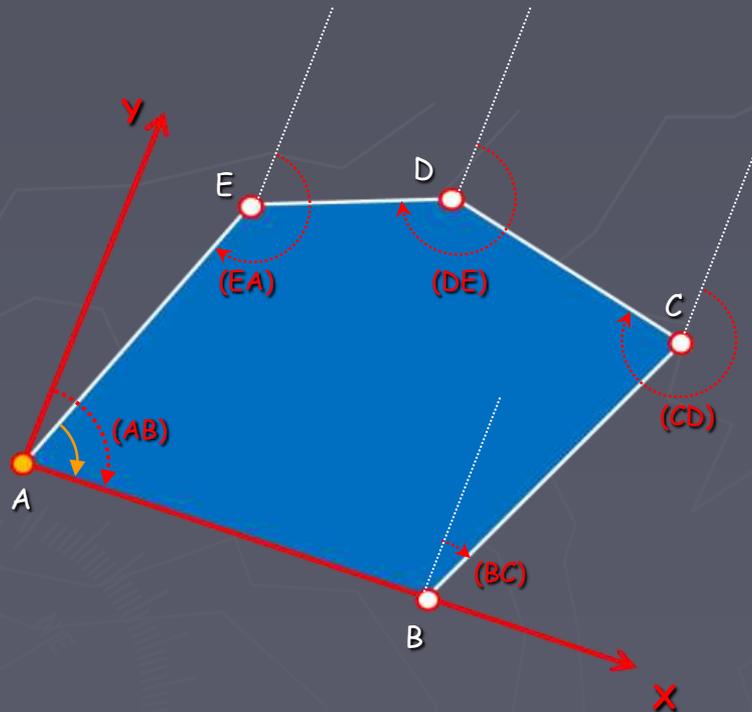
Dalla compensazione delle coordinate parziali dovrà essere esclusa la  $Y_{B(A)}$  che deve rimanere uguale a zero. Se così non fosse il punto B non apparterebbe più all'asse delle X, facendo cadere le ipotesi iniziali di scelta del sistema cartesiano. Nella compensazione quindi si considera "esatta" la misura del lato AB per le Y, escludendo la lunghezza di questo lato dalla lunghezza della poligonale che viene utilizzata per il calcolo degli errori unitari  $E_x$  e  $E_y$

$$L = AB + BC + CD + DE$$

$$E_x = \Delta_x / L$$

$$E_y = \Delta_y / (L - AB)$$

Poligonali chiuse  
non orientate  
Compensazione  
lineare



## ❖ COMPENSAZIONE LINEARE

La compensazione si effettua sulle coordinate parziali, sommando o sottraendo a ciascuna di esse, una quantità di errore che si ottiene moltiplicando l'errore unitario per la lunghezza del lato che ha generato le coordinate (compensazione in proporzione alla lunghezza del lato)

$$X_{B(A)}^* = X_{B(A)} \pm E_X \times AB \quad Y_{B(A)}^* = 0$$

$$X_{C(B)}^* = X_{C(B)} \pm E_X \times BC \quad Y_{C(B)}^* = Y_{C(B)} \pm E_Y \times BC$$

$$X_{D(C)}^* = X_{D(C)} \pm E_X \times CD \quad Y_{D(C)}^* = Y_{D(C)} \pm E_Y \times CD$$

$$X_{E(D)}^* = X_{E(D)} \pm E_X \times DE \quad Y_{E(D)}^* = Y_{E(D)} \pm E_Y \times DE$$

$$X_{A(E)}^* = X_{A(E)} \pm E_X \times EA \quad Y_{A(E)}^* = Y_{A(E)} \pm E_Y \times EA$$

Una volta effettuata la compensazione, si dovrà verificare se la sommatoria delle coordinate parziali è uguale a zero. Solo in questo caso si potrà procedere nel calcolo delle coordinate totali dei vertici

## ❖ CALCOLO COORDINATE TOTALI

$$X_B^* = X_{B(A)}^* \quad Y_B^* = 0$$

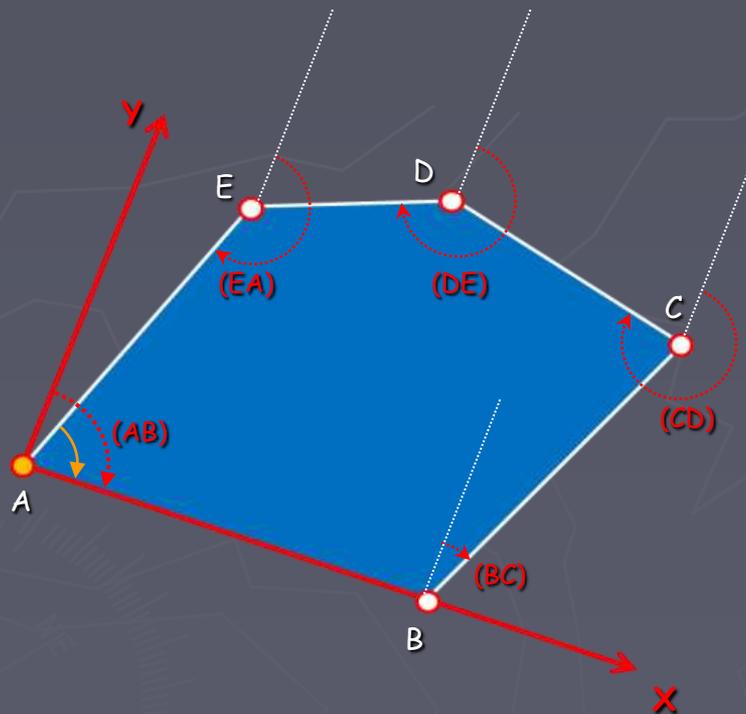
$$X_C^* = X_B^* + X_{C(B)}^* \quad Y_C^* = Y_B^* + Y_{C(B)}^*$$

$$X_D^* = X_C^* + X_{D(C)}^* \quad Y_D^* = Y_C^* + Y_{D(C)}^*$$

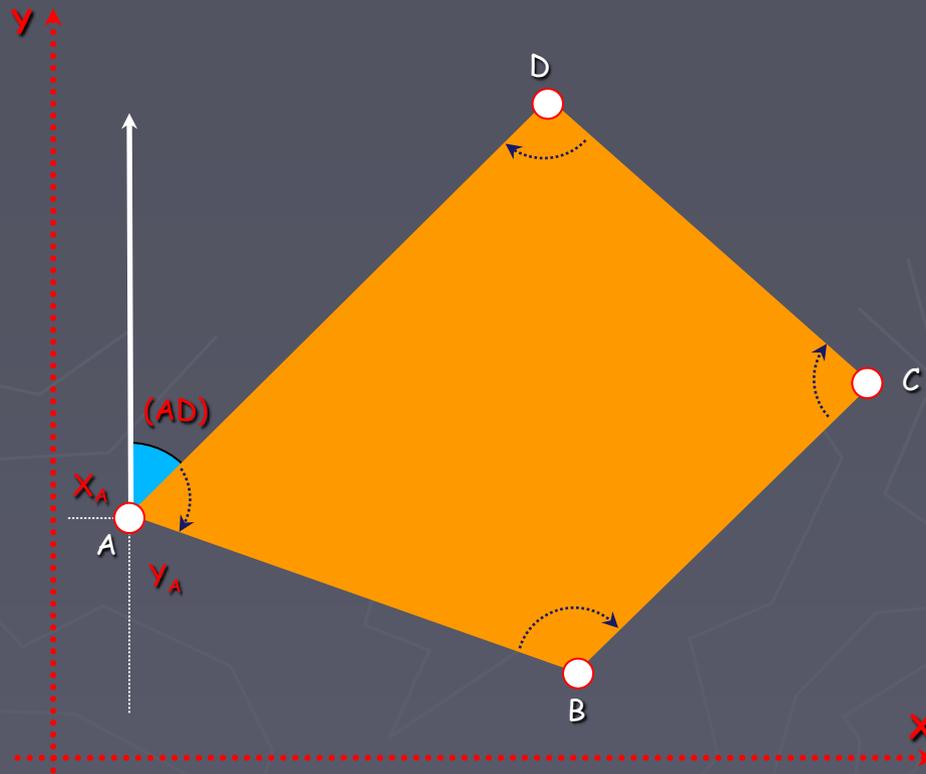
$$X_E^* = X_D^* + X_{E(D)}^* \quad Y_E^* = Y_D^* + Y_{E(D)}^*$$

Poligoni chiusi  
non orientati

Compensazione  
lineare e calcolo  
coordinate totali



Poligoni chiusi orientati



Nelle poligoni chiusi orientate, il calcolo delle coordinate dei vertici deve essere fatto rispetto al sistema di riferimento cartografico prescelto (ad esempio Roma40). Per questo è necessario conoscere le coordinate di un vertice, riferite allo stesso sistema, e l'azimut di un lato uscente dal punto di coordinate note. Le coordinate e l'azimut possono essere dati oppure calcolati, applicando uno dei rilievi di inquadramento precedentemente illustrati. Il rilievo consiste nel misurare tutti i lati e gli angoli. Il procedimento risolutivo è simile a quello delle poligoni chiusi non orientate; l'unica differenza riguarda la compensazione lineare



## COMPENSAZIONE ANGOLARE

La sommatoria degli angoli interni si ottiene dalla

$$\Sigma_a^* = 200^c \times (n - 2) = 400^c$$

con  $n$  = numero dei vertici. Sommando tra loro gli angoli misurati

$$\Sigma_a = A + B + C + D$$

si ottiene per differenza tra gli angoli esatti e gli angoli misurati, l'errore di chiusura angolare, che dovrà essere inferiore o al massimo uguale alla tolleranza prefissata

$$\Delta_a = \Sigma_a^* - \Sigma_a \leq T_a$$

se questa condizione risulta soddisfatta si calcola l'errore angolare unitario  $E_a = \Delta_a / n$ , che si attribuisce a tutti gli angoli misurati

$$A^* = A \pm E_a$$

$$B^* = B \pm E_a$$

$$C^* = C \pm E_a$$

$$D^* = D \pm E_a$$

con la formula di propagazione, utilizzando l'azimut (AD) e gli angoli compensati si calcolano gli azimut:

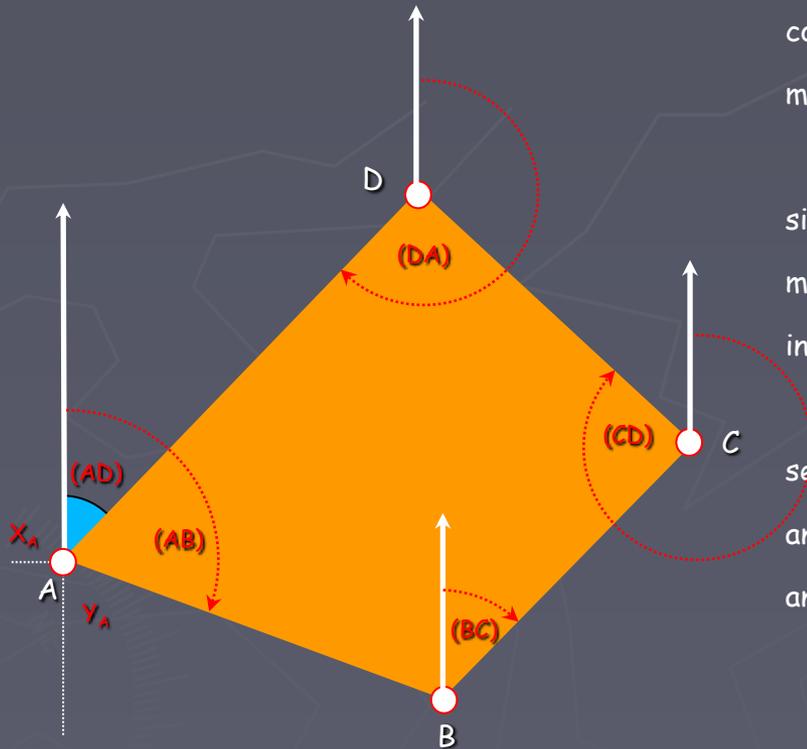
$$(AB) = (AD) + A^*$$

$$(BC) = (AB) + B^* \pm 200^c$$

$$(CD) = (BC) + C^* \pm 200^c$$

$$(DA) = (CD) + D^* \pm 200^c$$

Poligoni chiusi orientati  
Compensazione angolare e calcolo degli azimut



## CALCOLO DELLE COORDINATE PARZIALI

Utilizzando le distanze e gli azimut si calcolano le coordinate parziali di ogni punto rispetto al punto precedente:

$$X_{B(A)} = AB \times \text{sen}(AB) \quad Y_{B(A)} = AB \times \cos(AB)$$

$$X_{C(B)} = BC \times \text{sen}(BC) \quad Y_{C(B)} = BC \times \cos(BC)$$

$$X_{D(C)} = CD \times \text{sen}(CD) \quad Y_{D(C)} = CD \times \cos(CD)$$

$$X_{A(D)} = DA \times \text{sen}(DA) \quad Y_{A(D)} = DA \times \cos(DA)$$

## COMPENSAZIONE LINEARE

L'operazione di compensazione lineare si effettua utilizzando il t. di Charles: " la proiezione di una spezzata chiusa lungo una direzione qualunque è nulla ". In realtà sommando le coordinate parziali si ottengono due errori lineari, uno per le ascisse  $\Delta x$  e uno per le ordinate  $\Delta y$ :

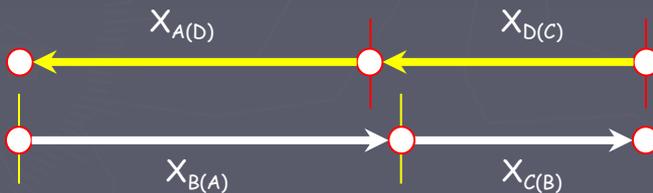
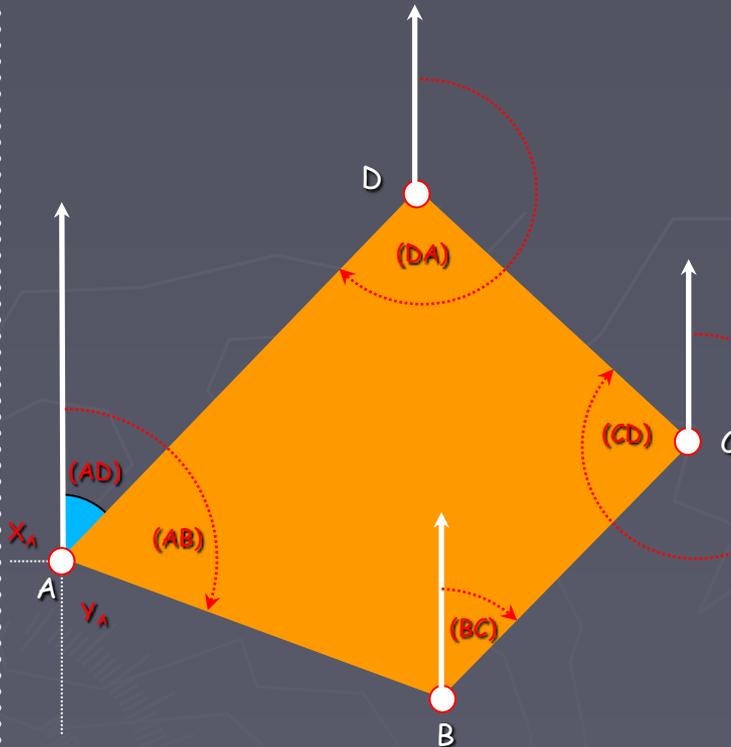
$$\Delta x = X_{B(A)} + X_{C(B)} + X_{D(C)} + X_{A(D)}$$

$$\Delta y = Y_{B(A)} + Y_{C(B)} + Y_{D(C)} + Y_{A(D)}$$

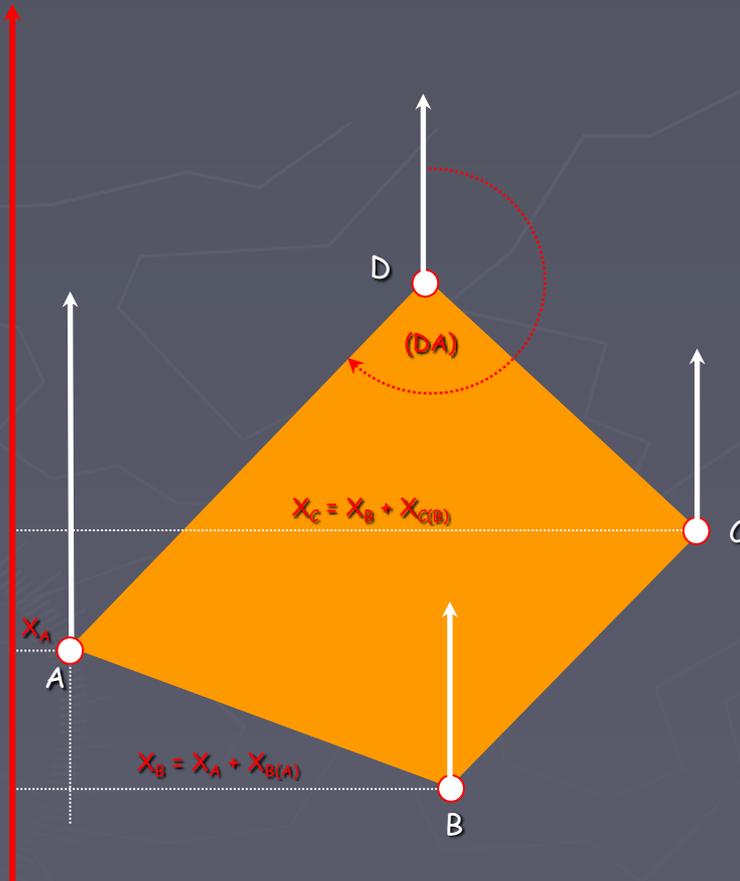
L'errore di chiusura lineare totale  $\Delta_L$  (che si ottiene applicando il t. di Pitagora), dovrà essere inferiore o al massimo uguale alla tolleranza lineare prefissata

$$\Delta_L = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} \leq T_L$$

Poligoni chiusi orientati  
Coordinate parziali e compensazione lineare



Poligoni chiusi orientati  
Compensazione lineare e calcolo delle coordinate totali



## COMPENSAZIONE LINEARE

Calcolo degli errori unitari  $E_x$  e  $E_y$

$$L = AB + BC + CD + DA$$

$$E_x = \Delta_x / L$$

$$E_y = \Delta_y / L$$

## COORDINATE PARZIALI COMPENSATE

$$X_{B(A)}^* = X_{B(A)} \pm E_x \times AB \quad Y_{B(A)}^* = Y_{B(A)} \pm E_y \times AB$$

$$X_{C(B)}^* = X_{C(B)} \pm E_x \times BC \quad Y_{C(B)}^* = Y_{C(B)} \pm E_y \times BC$$

$$X_{D(C)}^* = X_{D(C)} \pm E_x \times CD \quad Y_{D(C)}^* = Y_{D(C)} \pm E_y \times CD$$

$$X_{A(D)}^* = X_{A(D)} \pm E_x \times DA \quad Y_{A(D)}^* = Y_{A(D)} \pm E_y \times DA$$

## CALCOLO DELLE COORDINATE TOTALI

$$X_A^* =$$

$$Y_A^* =$$

$$X_B^* = X_A^* + X_{B(A)}^*$$

$$Y_B^* = Y_A^* + Y_{B(A)}^*$$

$$X_C^* = X_B^* + X_{C(B)}^*$$

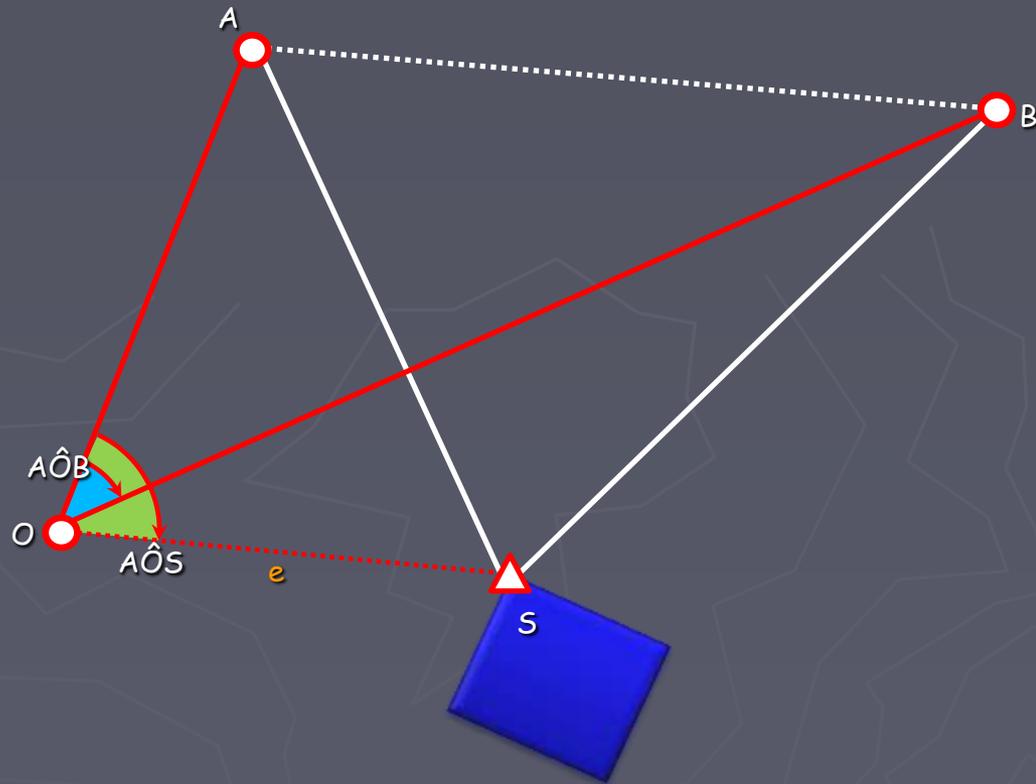
$$Y_C^* = Y_B^* + Y_{C(B)}^*$$

$$X_D^* = X_C^* + X_{D(C)}^*$$

$$Y_D^* = Y_C^* + Y_{D(C)}^*$$



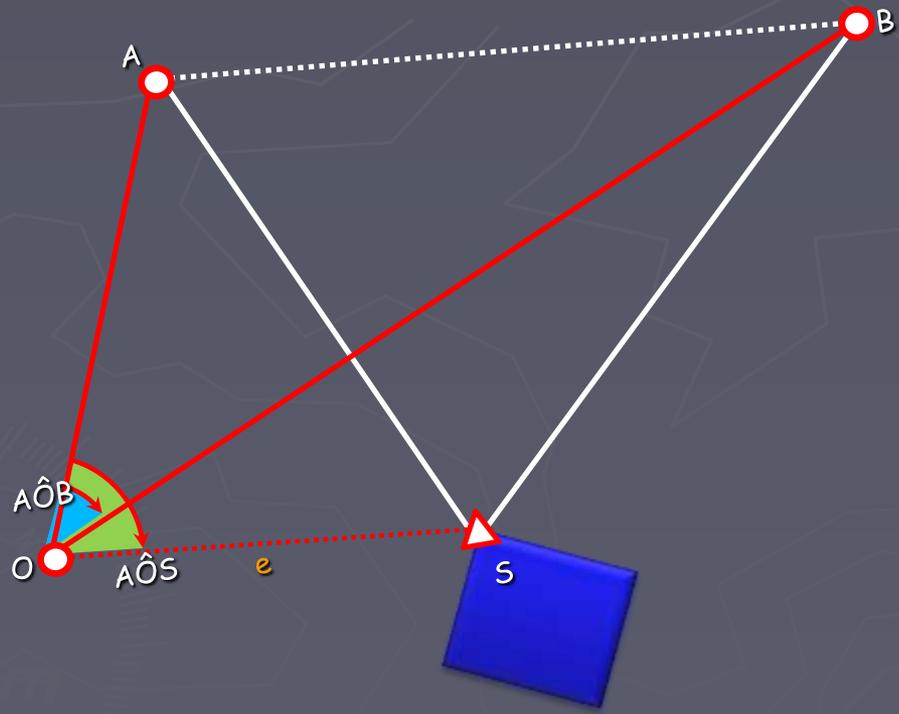
Artifici topografici  
Stazione fuori  
centro



Nel caso non sia possibile fare stazione nel punto  $S$  di coordinate note, per misurare le distanze  $SA$  e  $SB$  e l'angolo  $\hat{A}SB$ , sarà necessario fare stazione nel punto ausiliario  $O$  posto a distanza nota da  $S$  (**eccentricità  $e$** ), misurando le due distanze  $OA$  e  $OB$  e gli angoli  $\hat{A}OB$  e  $\hat{A}OS$ . Il procedimento di risoluzione permette di calcolare gli elementi incogniti applicando i teoremi dei seni e di Carnot



Artifici topografici  
Stazione fuori  
centro. Risoluzione



Calcolo della distanze AB, AS e BS applicando  
il teorema di Carnot:

$$AB = \sqrt{OA^2 + OB^2 - 2 \times OA \times OB \times \cos \hat{A}OB}$$

$$SA = \sqrt{OA^2 + e^2 - 2 \times OA \times e \times \cos \hat{A}OS}$$

$$\hat{B}OS = \hat{A}OS - \hat{A}OB$$

$$SB = \sqrt{OB^2 + e^2 - 2 \times OB \times e \times \cos \hat{B}OS}$$

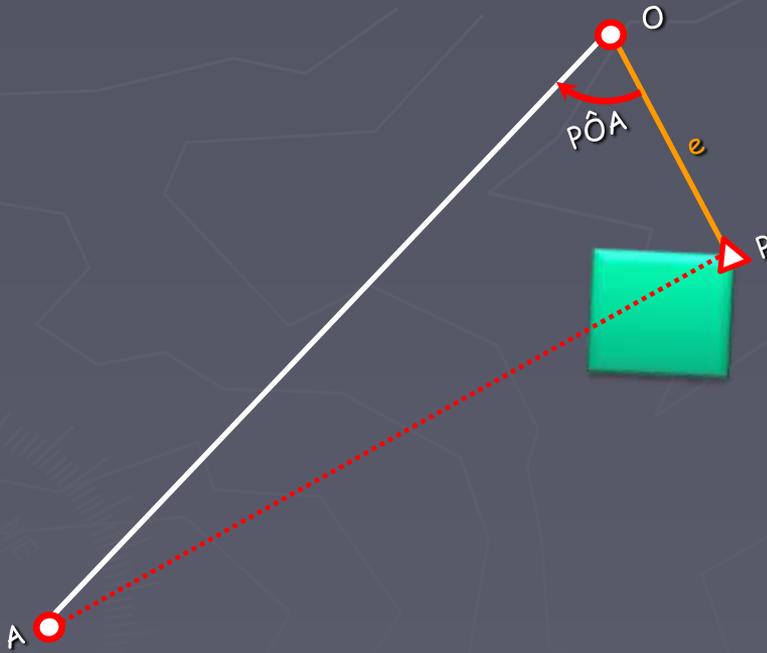
Noti i tre lati del triangolo ASB, applicando il  
teorema di Carnot inverso è possibile calcolare  
l'angolo ASB:

$$AB^2 = SA^2 + SB^2 - 2 \times SA \times SB \times \cos \hat{A}SB$$

$$\hat{A}SB = \cos^{-1} \left( \frac{SA^2 + SB^2 - AB^2}{2 \times SA \times SB} \right)$$



Artifici topografici  
Segnale fuori centro



Può capitare che dal punto A di stazione non risulti visibile il punto P di coordinate note necessario all'orientamento del rilievo. In questo caso è necessario spostare il segnale in un punto O che risulti visibile da A e facendo stazione nel nuovo punto misurare l'eccentricità  $e = OP$ , la distanza  $OA$  e l'angolo  $P\hat{O}A$ . Questo procedimento, definito segnale fuori centro, permette di calcolare la distanza  $AP$ , con il teorema di Carnot, e l'angolo nel vertice A, con il teorema dei seni:

$$AP = \sqrt{OA^2 + e^2 - 2 \times OA \times e \times \cos P\hat{O}A}$$

$$\hat{A} = \text{sen}^{-1}(e \times \text{sen } P\hat{O}A / AP)$$



Orientare un rilievo significa calcolare le coordinate dei punti rilevati rispetto allo stesso sistema di assi cartesiani al quale sono riferiti i punti di coordinate note (trigonometrici o PF) presenti nella zona e utilizzati nel rilievo per costituire la rete di inquadramento o di appoggio, che nella sua forma più semplice è costituita da una intersezione

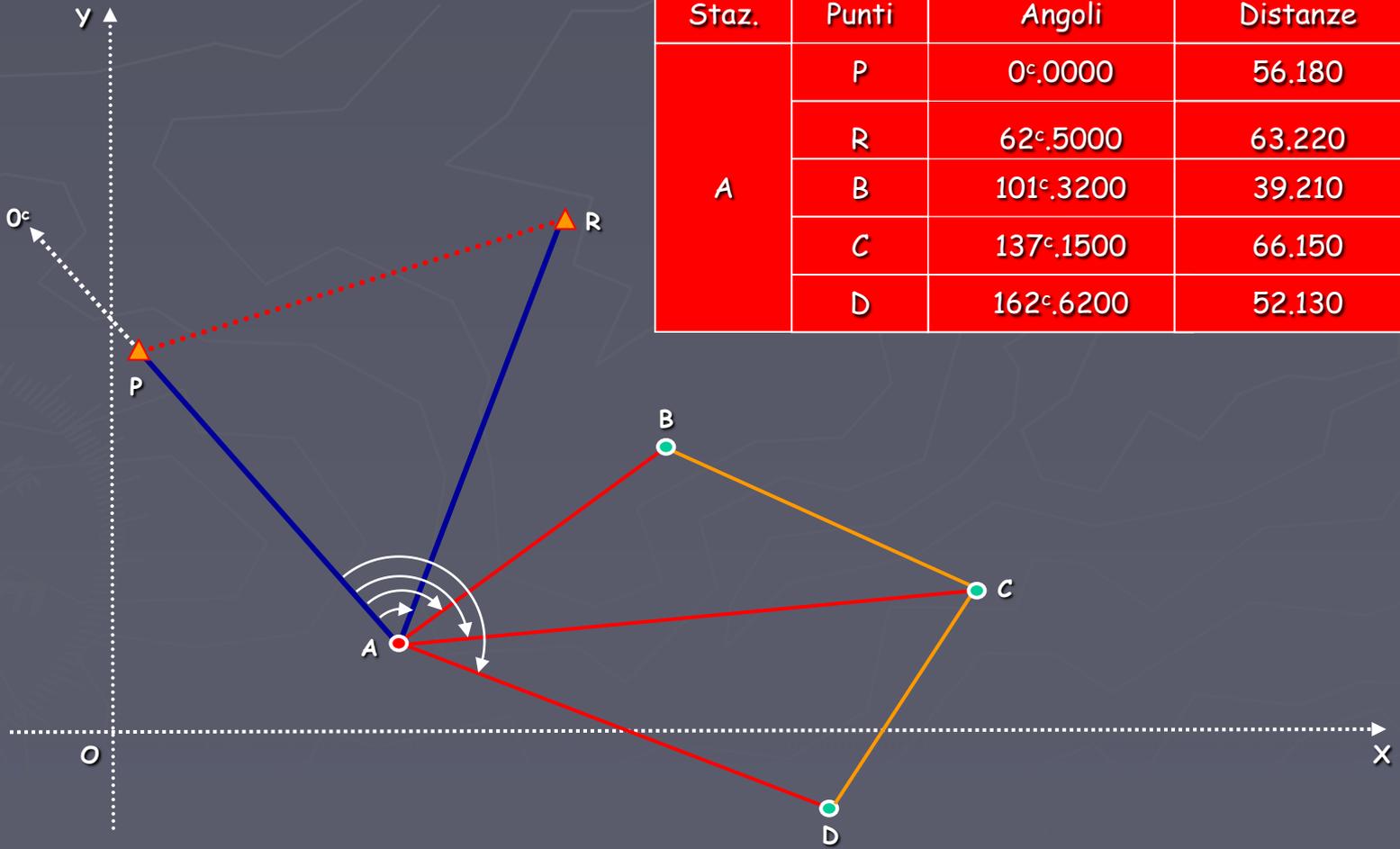
Orientamento di un rilievo di dettaglio



Con la stazione nel punto A, il rilievo prevede la misura di distanze e angoli su tutti i punti visibili da A (punti di coordinate note P e R e vertici dell'appezzamento).

Libretto delle Misure

Staz.	Punti	Angoli	Distanze
A	P	0°:0000	56.180
	R	62°:5000	63.220
	B	101°:3200	39.210
	C	137°:1500	66.150
	D	162°:6200	52.130

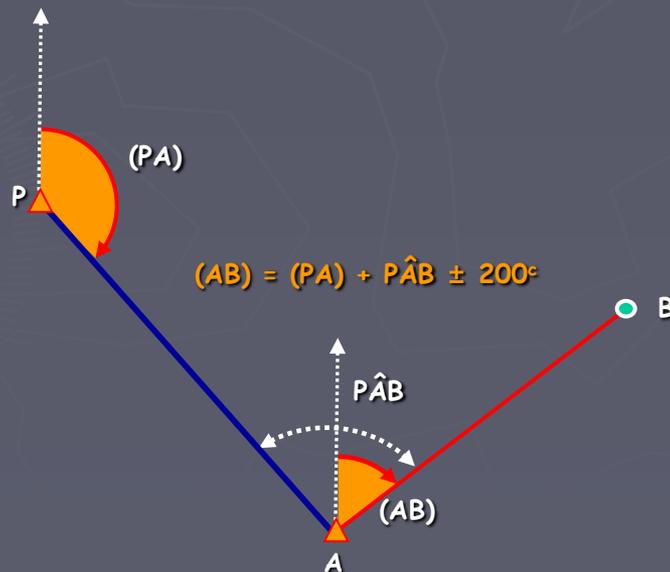
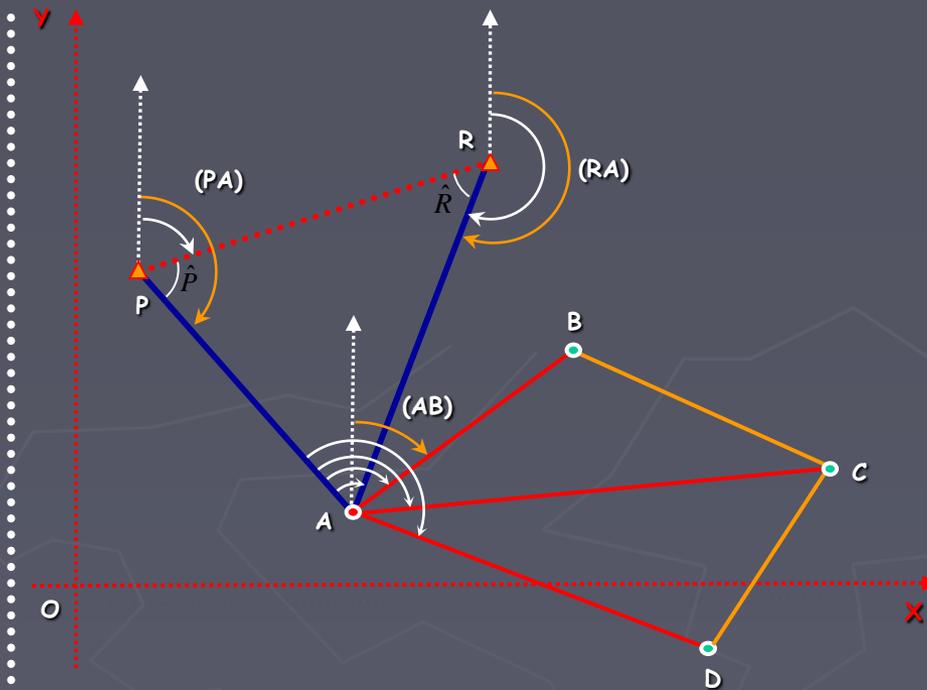


Orientamento di un rilievo per coordinate polari  
Rilievo



Orientamento di un rilievo per coordinate polari

Calcoli



## ❖ CALCOLO COORDINATE PUNTO A

### Risoluzione triangolo PAR

$$PR = \sqrt{[(X_R - X_P)^2 + (Y_R - Y_P)^2]}$$

$$(PR) = \tan^{-1} [(X_R - X_P) \div (Y_R - Y_P)]$$

$$(RP) = (PR) \pm 200^\circ$$

$$P = \text{sen}^{-1} (RA \times \text{sen} PAR \div PR)$$

$$R = 200^\circ - (P + PAR)$$

$$(PA) = (PR) + P$$

$$(RA) = (RP) - R$$

$$XA_P = X_P + PA \times \text{sen} (PA)$$

$$YA_P = Y_P + PA \times \text{cos} (PA)$$

$$XA_R = X_R + RA \times \text{sen} (RA)$$

$$YA_R = Y_R + RA \times \text{cos} (RA)$$

## ❖ CALCOLO COORDINATE DEI PUNTI B, C, D

### Azimet con la formula di propagazione

$$(AB) = (PA) + PAB \pm 200^\circ$$

$$(AC) = (PA) + PAC \pm 200^\circ$$

$$(AD) = (PA) + PAD \pm 200^\circ$$

### Calcolo delle coordinate

$$X_B = X_A + AB \times \text{sen} (AB)$$

$$Y_B = Y_A + AB \times \text{cos} (AB)$$

$$X_C = X_A + AC \times \text{sen} (AC)$$

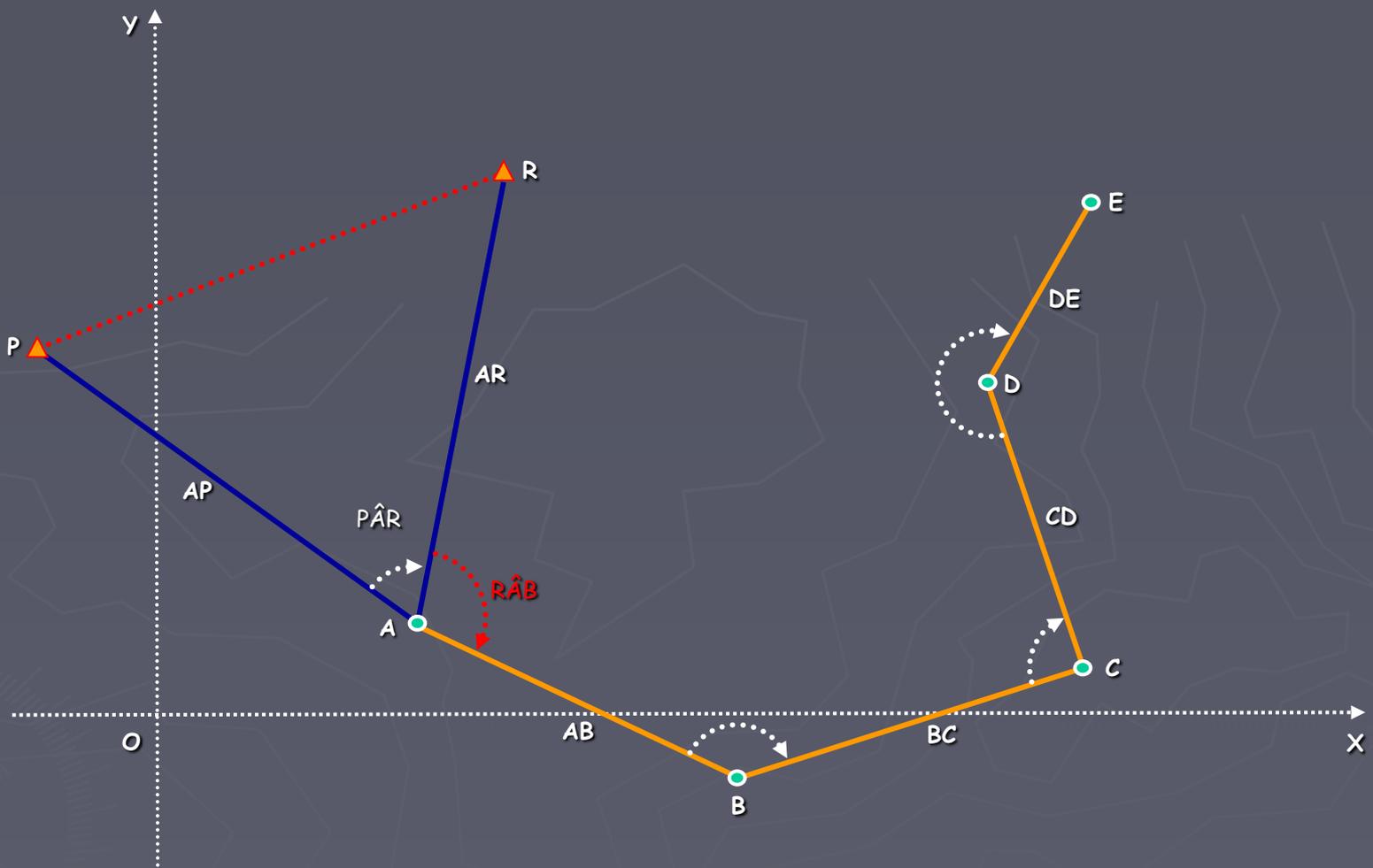
$$Y_C = Y_A + AC \times \text{cos} (AC)$$

$$X_D = X_A + AD \times \text{sen} (AD)$$

$$Y_D = Y_A + AD \times \text{cos} (AD)$$



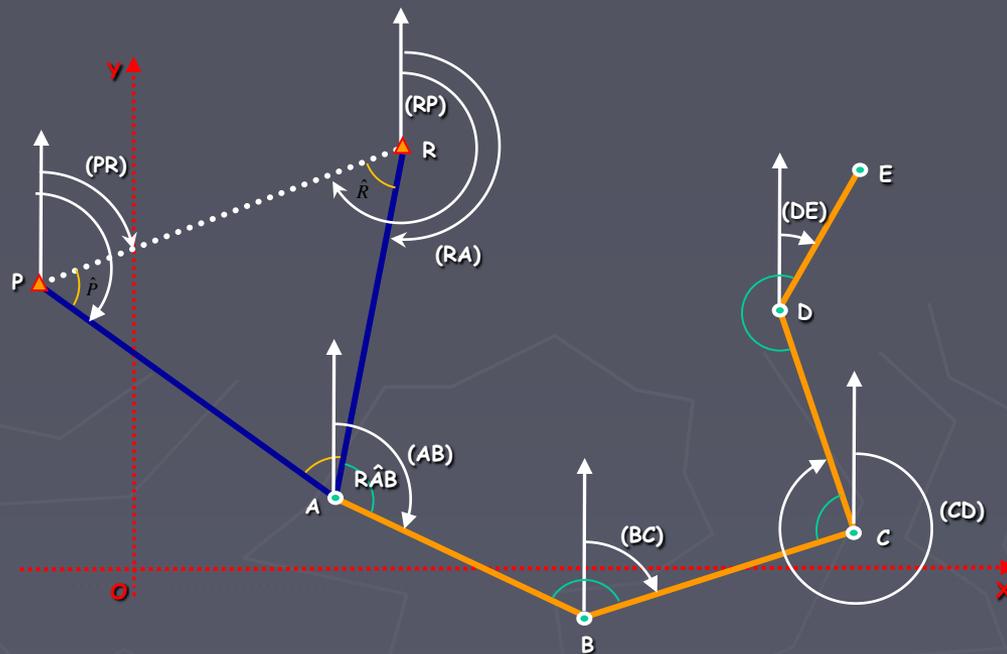
Orientamento di  
una poligonale  
aperta  
Rilievo



Il rilievo consiste nel misurare le distanze e gli angoli al vertice della poligonale. Facendo stazione nel punto A, si misurano le due distanze verso i punti di coordinate note P e R e gli angoli  $\hat{P}\hat{A}\hat{R}$  e  $\hat{R}\hat{A}\hat{B}$



Orientamento di  
una poligonale  
aperta  
Calcoli



### ❖ CALCOLO COORDINATE PUNTO A

#### Risoluzione triangolo PAR

$$PR = \sqrt{[(X_R - X_P)^2 + (Y_R - Y_P)^2]}$$

$$(PR) = \tan^{-1} [(X_R - X_P) \div (Y_R - Y_P)]$$

$$(RP) = (PR) \pm 200^\circ$$

$$P = \sin^{-1} (RA \times \sin PAR \div PR)$$

$$R = 200^\circ - (P + PAR)$$

$$(PA) = (PR) + P$$

$$(RA) = (RP) - R$$

$$X_{A_p} = X_p + PA \times \sin (PA)$$

$$Y_{A_p} = Y_p + PA \times \cos (PA)$$

$$X_{A_R} = X_R + RA \times \sin (RA)$$

$$Y_{A_R} = Y_R + RA \times \cos (RA)$$

### ❖ COORDINATE VERTICI POLIGONALE

#### Azimut con la formula di propagazione

$$(AB) = (RA) + RAB \pm 200^\circ$$

$$(BC) = (AB) + B \pm 200^\circ$$

$$(CD) = (BC) + C \pm 200^\circ$$

$$(DE) = (CD) + D \pm 200^\circ$$

#### Calcolo delle coordinate

$$X_B = X_A + AB \times \sin (AB)$$

$$Y_B = Y_A + AB \times \cos (AB)$$

$$X_C = X_B + BC \times \sin (BC)$$

$$Y_C = Y_B + BC \times \cos (BC)$$

$$X_D = X_C + CD \times \sin (CD)$$

$$Y_D = Y_C + CD \times \cos (CD)$$



Il **sistema nazionale ROMA40**, proiezione Gauss - Boaga, è adottato quasi universalmente nella cartografia ufficiale dello Stato a partire dal 1941. Il sistema si compone di due fusi per la rappresentazione dell'intero territorio nazionale, ciascuno di ampiezza pari a circa  $6^{\circ}30'$ , rispettivamente indicati con la denominazione fuso "Ovest" e fuso "Est". Per evitare di esprimere con coordinate negative punti situati a occidente dei due meridiani centrali sono state adottate due false origini pari a 1500000 metri per il fuso Ovest e 2520000 metri per il fuso Est. Il sistema Roma40 è ancora oggi utilizzato per fini geodetici e topografici e a esso è riferita la rete italiana fondamentale di triangolazione IGM, la Carta d'Italia al 100000 e al 25000. La maggior parte della cartografia tecnica oggi prodotta dalle regioni in formato digitale è inquadrata in tale sistema di riferimento.

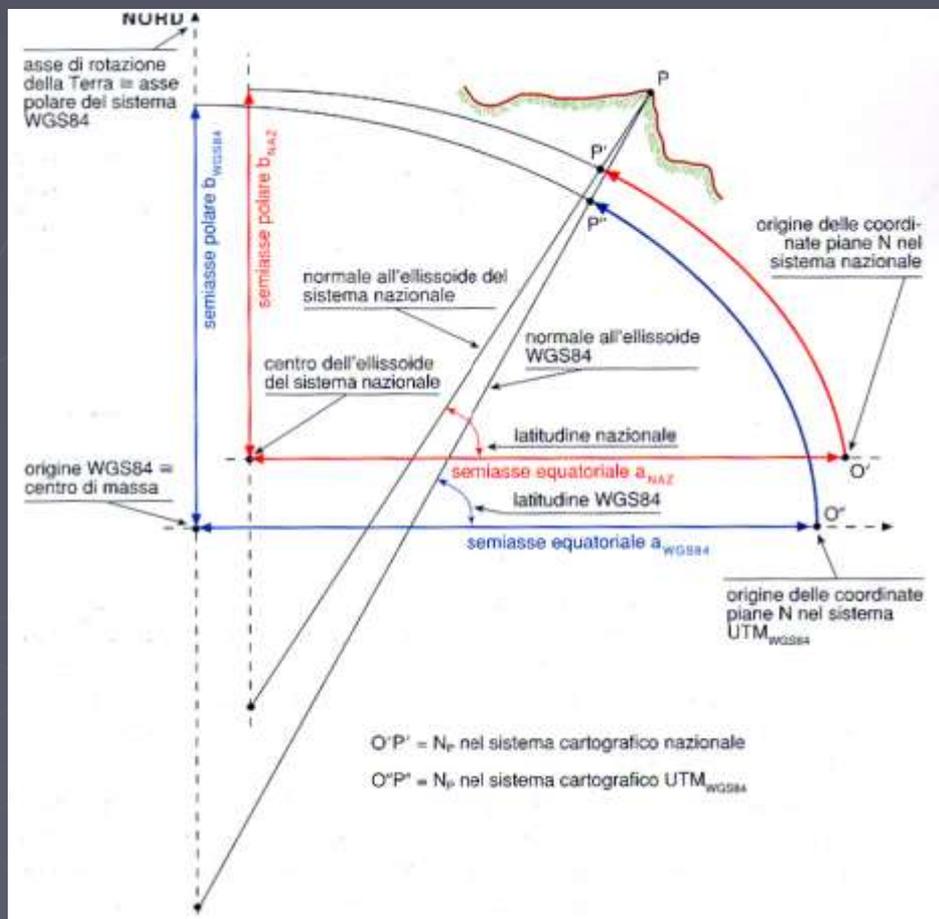
Il **sistema Catastale**, proiezione Cassini - Soldner, è stato adottato dall'Amministrazione del Catasto fino al 1954 e poi sostituito col sistema nazionale Roma40. La proiezione prevede la suddivisione del territorio italiano in zone, contraddistinte da una diversa origine. Siccome una gran parte dei punti della rete catastale è stata trasformata nel sistema nazionale, il passaggio fra i due sistemi cartografici non dovrebbe presentare difficoltà particolari su una buona porzione del territorio italiano; di fatto, lo scarso aggiornamento della cartografia catastale e la sua precisione non sempre costante rendono problematiche le trasformazioni.



Il **sistema ED50**, proiezione UTM, è stato definito nel 1950 nell'ambito delle convenzioni europee tendenti all'unificazione delle reti e della rappresentazione cartografica. Il sistema di riferimento ED50, analogamente al Roma40, utilizza l'ellissoide di Hayford ma orientato in un punto nei pressi di Postdam (Berlino). Le incomplete misurazioni geodetiche effettuate per l'impianto di tale sistema sul territorio italiano rendono difficile una sua precisa relazione col sistema nazionale Roma40, possibile solo in via approssimativa.

Il **WGS84**, World Geodetic System 1984, proiezione UTM, è un sistema di riferimento geodetico concepito per coprire tutto il globo terrestre. A questo sistema è associato l'ellissoide WGS84. La realizzazione su scala mondiale del WGS84, sistema di riferimento che permette il posizionamento dei punti mediante tecnologia GPS, è curata dal Dipartimento della Difesa degli Stati Uniti, che con una rete di stazioni a terra gestisce la costellazione di satelliti. In ambito europeo la realizzazione del sistema WGS84 è costituito dall' ETRS89 (European Terrestrial Reference System 1989), un sistema solidale con la placca eurasiatica. A livello nazionale il sistema WGS84 è stato materializzato con l'istituzione della rete geodetica tridimensionale di alta precisione, denominata IGM95, rilevata con strumenti di posizionamento GPS differenziale.





I sistemi differiscono per dimensioni (tranne Roma40 ed ED50) e orientamento dell'ellissoide. Le coordinate geografiche dello stesso punto possono differire anche di diverse centinaia di metri nei diversi sistemi