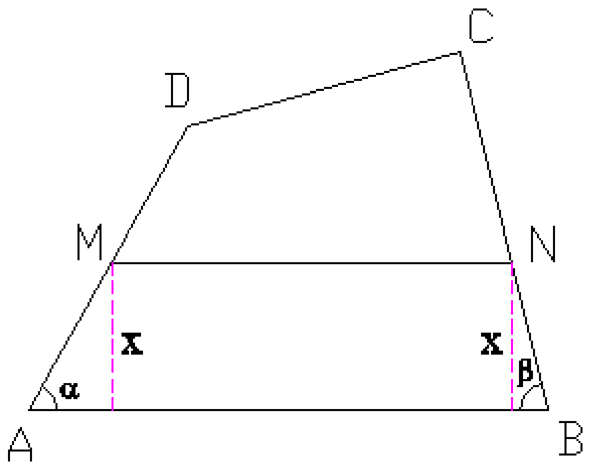
PROBLEMA DEL TRAPEZIO

Si supponga di dover dividere un terreno avente forma quadrilatera con una dividente MN parallela alla base AB e di voler individuare la posizione della dividente



NOTI : area S del quadrilatero ABNM che è un trapezio , la base AB e i due angoli a e b adiacenti alla base .

INCOGNITE : la posizione dei M ed N tramite il calcolo delle distanze AM e BN .

Poiché le incognite sono due è necessario scrivere o due equazioni di primo grado o una equazione di secondo grado .

Si applica la **formula per camminamento** al trapezio ABNM

(1) $2S = AM\ AB \operatorname{sen} \alpha + AB\ BN \operatorname{sen} \beta - AM\ BN \operatorname{sen}(\alpha + \beta)$

Essendo i triangoli AMM' e BNN' rettangoli si ricava

$AM = \dfrac{x}{\operatorname{sen} \alpha}$ e $BN = \dfrac{x}{\operatorname{sen} \beta}$

Sostituendo i valori trovati di AM e BN nella equazione (1) si ha

(2) $2S = \dfrac{x}{\operatorname{sen} \alpha} AB \operatorname{sen} \alpha + AB \dfrac{x}{\operatorname{sen} \beta} \operatorname{sen} \beta - \dfrac{x}{\operatorname{sen} \alpha} \dfrac{x}{\operatorname{sen} \beta} \operatorname{sen}(\alpha + \beta)$

Essendo $\operatorname{sen}(\alpha + \beta) = \operatorname{sen} \alpha \cos \beta + \operatorname{sen} \beta \cos \alpha$ e sostituendo nella (2) si ha

(3) $2S = \dfrac{x}{\operatorname{sen} \alpha} AB \operatorname{sen} \alpha + AB \dfrac{x}{\operatorname{sen} \beta} \operatorname{sen} \beta - \dfrac{x}{\operatorname{sen} \alpha} \dfrac{x}{\operatorname{sen} \beta} (\operatorname{sen} \alpha \cos \beta + \operatorname{sen} \beta \cos \alpha)$

Semplificando si ottiene la seguente equazione di secondo grado in x

$2S = 2\ AB\ x - x^2 (\cot \alpha + \cot \beta)$ che può essere scritta .

(4) $(\cot\alpha + \cot\beta)\, x^2 - 2\,AB\, x - 2S = 0$

Ponendo

$a = (\cot\alpha + \cot\beta)$
$b = 2\,AB$
$c = 2S$

La (4) si scrive

$a\,x^2 - b\,x + c = 0$

Le soluzioni sono $x_{12} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ se il $D \geq 0$

Se ci sono due soluzioni distinte e positive si prende quella che più si avvicina all'altezza del rettangolo che ha la stessa base e la stessa area del trapezio .

$h = \dfrac{S}{AB}$

Sostituendo la incognita x nelle formule seguenti si calcolano le due incognite

$AM = \dfrac{x}{\text{sen}\,\alpha}$ e $BN = \dfrac{x}{\text{sen}\,\beta}$